

# **Физика**

## **Семестр II**

**СКИФ**



**Кафедра «Физика»**

**Лекционный курс**

**Авторы**

**Мардасова И.В.**

**Шкиль Т.В.**

## Аннотация

Лекционный курс предназначен для студентов технических специальностей очной формы обучения. Разработка может быть использована в качестве основного учебного материала

## Авторы

**Мардасова И.В. – к.ф.-м.н., доцент кафедры  
«Физика»**

**Шкиль Т.В. – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Фи-  
зика»**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Лекция 1. Магнитное поле и его характеристики.</b>	6
1.1 Магнитное поле, его свойства и характеристики.	6
1.2 Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного потока.	8
1.3 Закон Био-Савара-Лапласа и его применение для расчета магнитных полей.	10
1.4 Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ (закон полного тока) и ее применение для расчета магнитных полей.	11
<b>Лекция 2. Действие магнитного поля на проводники с током и движущиеся электрические заряды.</b>	13
2.1 Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.	13
2.2 Контур с током в магнитном поле. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле.	14
2.3 Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле.	16
<b>Лекция 3. Магнитные свойства вещества.</b>	20
3.1 Магнитные моменты электронов и атомов.	20
3.2 Намагничивание вещества.	21
3.3 Диа- и парамагнетики. Ферромагнетики.	24
<b>Лекция 4. Электромагнитная индукция (ЭМИ).</b>	31
4.1 Явление ЭМИ. Закон Фарадея. Вихревые токи.	31
4.2 Индуктивность. Самоиндукция и взаимная индукция.	33
4.3 Энергия и объемная плотность энергии магнитного поля.	35
<b>Лекция 5. Уравнения Максвелла.</b>	37
5.1 Ток смещения.	37
5.2 Первое и второе уравнения Максвелла.	39
5.3 Система уравнений Максвелла.	40
<b>Лекция 6. Электромагнитные колебания.</b>	42
6.1 Свободные незатухающие колебания в колебательном контуре.	42
6.2 Свободные затухающие электромагнитные колебания.	44

Физика

6.3	Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс.....	46
<b>Лекция 8. Интерференция света.....</b>		<b>49</b>
8.1	Интерференция световых волн и методы её наблюдения.....	49
8.2	Интерференция света от двух когерентных источников. Условия наблюдения максимумов и минимумов. ....	51
8.3	Интерференция в тонких пленках. Кольца Ньютона. ....	53
<b>Лекция 9. Дифракция света .....</b>		<b>55</b>
9.1	Дифракцией света .....	55
9.2	Дифракция Фраунгофера на щели. ....	57
9.3	Дифракция на дифракционной решетке. ....	59
<b>Лекция 10. Дисперсия и поляризация света .....</b>		<b>61</b>
10.1	Нормальная и аномальная дисперсии. ....	61
10.2	Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера. ....	64
10.3	Двойное лучепреломление .....	66
10.4	Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. ....	68
<b>Лекция 11. Тепловое излучение.....</b>		<b>71</b>
11.1	Тепловое излучение и его характеристики. Закон Кирхгофа. ....	71
11.2	Законы излучения АЧТ: законы Стефана–Больцмана и Вина. ....	73
11.3	Формулы Рэлея-Джинса и Планка.....	74
<b>Лекция 12. Фотоэлектрический эффект .....</b>		<b>76</b>
12.1	Внешний фотоэффект и его опытные законы. ....	76
12.2	Квантовая теория внешнего фотоэффекта .....	77
<b>Лекция 13. Теория атома водорода по Бору .....</b>		<b>80</b>
13.1	Модели атома. Опыт Резерфорда. ....	80
13.2	Постулаты Бора. Теория одноэлектронного атома Бора.....	82
13.3	Спектр атома водорода.....	84
<b>Лекция 14. элементы квантовой механики .....</b>		<b>85</b>
14.1	Волновые свойства микрочастиц. Гипотеза де Бройля. ....	85

Физика

14.2 Соотношение неопределенностей Гейзенберга. ....	86
14.3 Волновая функция. Уравнение Шрёдингера. ....	88
<b>Лекция 15. Элементы квантовой электроники.....</b>	<b>92</b>
15.1 Спонтанное излучение. ....	92
15.2 Вынужденное излучение. Инверсная населенность. ....	93
15.3 Оптические квантовые генераторы.....	95
<b>Лекция 16. элементы зонной теории твердых тел.....</b>	<b>99</b>
16.1 Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории. ....	99
16.2 Собственная и примесная проводимости полупроводников. ....	102
16.3 p-n-переход и его свойства. ....	106

## Лекция 1. Магнитное поле и его характеристики.

### 1.1 Магнитное поле, его свойства и характеристики.

**Магнитное поле** - форма существования материи, окружающей движущиеся электрические заряды (проводники с током, постоянные магниты).

Это название обусловлено тем, что, как обнаружил в 1820 году датский физик Ханс Эрстед, оно оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. Опыт Эрстеда: под проволокой с током помещалась магнитная стрелка, вращающаяся на игле. При включении тока она устанавливалась перпендикулярно проволоке; при изменении направления тока поворачивалась в противоположную сторону.

#### Основные свойства магнитного поля:

- 1) порождается движущимися электрическими зарядами, проводниками с током, постоянными магнитами и переменным электрическим полем;
- 2) действует с силой на движущиеся электрические заряды, проводники с током, намагниченные тела;
- 3) переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле.

Из опыта Эрстеда следует, что магнитное поле имеет направленный характер и должно иметь векторную силовую характеристику. Ее обозначают  $\vec{B}$  и называют магнитной индукцией.

Магнитное поле изображается графически с помощью магнитных силовых линий или линий магнитной индукции. **Магнитными силовыми линиями** называются линии, вдоль которых в магнитном поле располагаются железные опилки или оси маленьких магнитных стрелок. В каждой точке такой линии вектор  $\vec{B}$  направлен по касательной (рис. 1а).

Магнитное поле называется однородным, если вектор  $\vec{B}$  в любой точке постоянен (рис.1б).

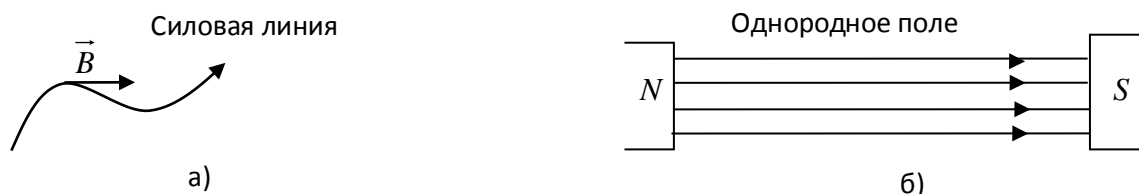


Рис. 1

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, что говорит об отсутствии в природе магнитных зарядов и вихревом характере магнитного поля (рис. 2).

Условно они выходят из северного полюса магнита и входят в южный. Густота линий выбирается так, чтобы число линий через единицу площади, перпендикулярную магнитному полю, было пропорционально величине магнитной индукции.

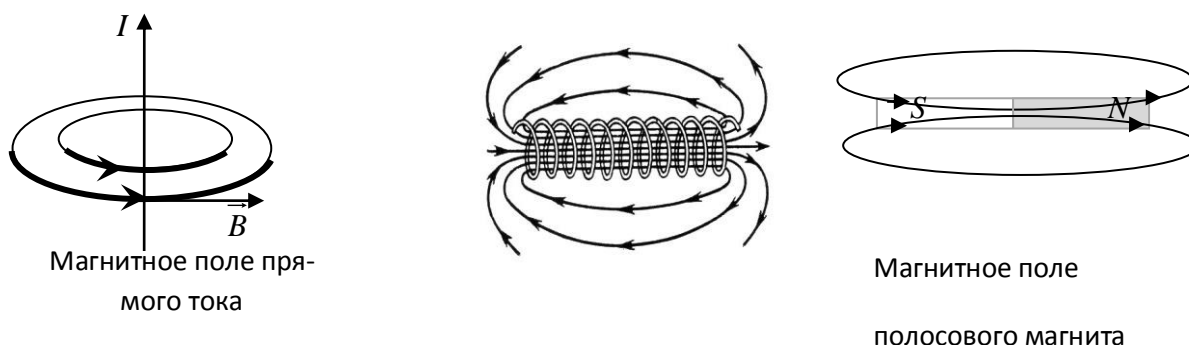


Рис. 2

Направление линий определяется правилом правого винта.

**Соленоид** - катушка с током, витки которой расположены вплотную друг к другу, а диаметр витка много меньше длины катушки. Магнитное поле внутри соленоида является однородным. Магнитное поле соленоида аналогично магнитному полю полосового магнита (рис. 2). Соленоид с током представляет собой электромагнит.

Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: индукция магнитного поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых каждым током или зарядом:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

Вектор  $\vec{B}$  вводится одним из 3-х способов:

- из закона Ампера;
- по действию магнитного поля на рамку с током;
- из выражения для силы Лоренца.

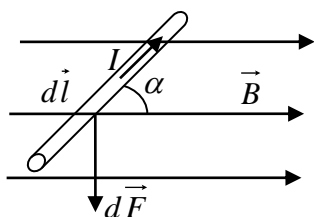


Рис. 3

магнитную индукцию  $\vec{B}$ .

**Закон Ампера:**  $d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$ ,  $dF = B I dl \sin \alpha$ .

Направление вектора  $d\vec{F}$  может быть найдено согласно общим правилам векторного произведения, откуда следует правило левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные силовые линии входили в нее, а 4 вытянутых пальца направить по току, то отогнутый большой палец покажет направление силы (рис. 4).

Сила, действующая на провод конечной длины, найдется интегрированием по всей длине.

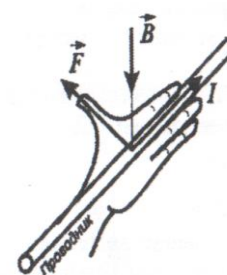


Рис. 4

$$F = \int_0^l BI \sin \alpha \cdot dl.$$

При  $I = \text{const}$ ,  $B = \text{const}$ ,  $F = BIl \sin \alpha$ .

Если  $\alpha = 90^\circ$ ,  $F = BIl$ ,

$$B = \frac{F}{I \cdot l}, \quad [B] = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{Тл}.$$

**Индукция магнитного поля** - векторная физическая величина, численно равная силе, действующей в однородном магнитном поле на проводник единичной длины с единичной силой тока, расположенный перпендикулярно магнитным силовым линиям.

1Тл - индукция однородного магнитного поля, в котором на проводник длиной 1м с током в 1А, расположенный перпендикулярно магнитным силовым линиям, действует сила 1Н.

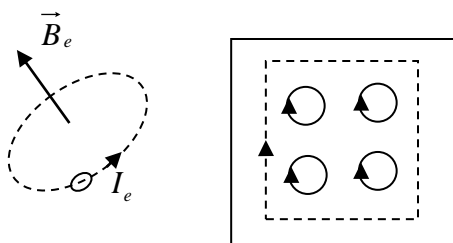


Рис. 5

До сих пор мы рассматривали макротоки, текущие в проводниках. Однако, согласно предположению Ампера, в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле (рис. 5) и могут поворачиваться в полях макротоков, создавая в теле дополни-

тельное магнитное поле. Вектор  $\vec{B}$  характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, т.е. при одном и том же макротоке вектор  $\vec{B}$  в различных средах имеет разные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором магнитной напряженности  $\vec{H}$ .

Для однородной изотропной среды

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}, \quad [\vec{H}] = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}},$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$  - магнитная постоянная,  $\mu$  - магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков изменяется за счет поля микротоков среды.

## 1.2 Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного потока.

**Потоком вектора  $\vec{B}$**  (магнитным потоком) через площадку  $dS$  называется скалярная величина, равная

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS,$$

где  $B_n = B \cos \alpha$  - проекция  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке (рис. 6);

$\alpha$  - угол между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$ ,

$d\vec{S}$  - направленный элемент поверхности,

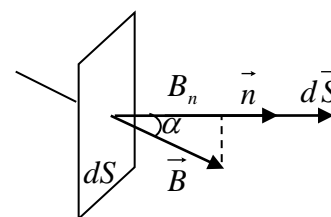


Рис. 6



$$d\vec{S} = dS\vec{n}.$$

Поток вектора - алгебраическая величина,

если  $\alpha < \frac{\pi}{2}, \Phi > 0$  - при выходе из поверхности;

если  $\alpha > \frac{\pi}{2}, \Phi < 0$  - при входе в поверхность.

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_n = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Для однородного магнитного поля  $\vec{B} = \text{const}$ ,

$$\Phi_B = BS \cos \alpha; \text{ если } \alpha = 0, \Phi_B = BS \text{ (рис. 7); } [\Phi_B] = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ Вб}.$$

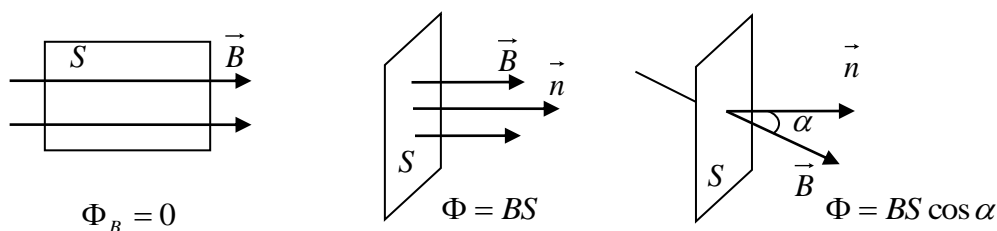


Рис. 7

1 Вб - магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью 1 м<sup>2</sup>, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл.

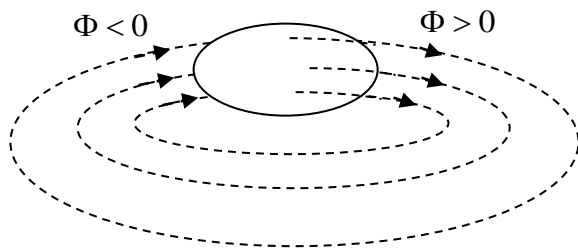


Рис. 8

Магнитный поток через поверхность S численно равен количеству магнитных силовых линий, пересекающих данную поверхность.

Поскольку линии магнитной индукции всегда замкнуты, для замкнутой поверхности (рис. 8) число линий, входящих в поверхность ( $\Phi < 0$ ) равно числу линий, выходящих из нее ( $\Phi > 0$ ), следовательно, полный поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю.

$$\Phi_B = \oint \vec{B} d\vec{S} = 0 \text{ - теорема Гаусса: поток вектора магнитной индукции через}$$

любую замкнутую поверхность равен нулю.

Эта теорема является математическим выражением того, что в природе отсутствуют магнитные заряды, на которых начинались бы или заканчивались линии магнитной индукции.

### 1.3 Закон Био-Савара-Лапласа и его применение для расчета магнитных полей.

Магнитное поле постоянных токов различной формы было подробно исследовано фр. учеными Био и Саваром. Ими было установлено, что во всех случаях магнитная индукция в произвольной точке пропорциональна силе тока, зависит от формы, размеров проводника, расположения этой точки по отношению к проводнику и от среды.

Результаты этих опытов были обобщены фр. математиком Лапласом, который учел векторный характер магнитной индукции и высказал гипотезу о том, что индукция  $\vec{B}$  в каждой точке представляет собой, согласно принципу суперпозиции, векторную сумму индукций  $d\vec{B}$  элементарных магнитных полей, создаваемых каждым участком этого проводника.

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i \text{ или } \vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Лапласом в 1820 г. был сформулирован закон, который получил название закона Био-Савара-Лапласа: каждый элемент  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$  (рис. 9) создает магнитное поле, вектор индукции которого  $d\vec{B}$  в некоторой произвольной точке К определяется по формуле:

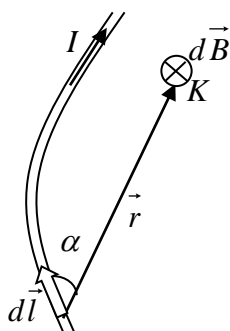


Рис. 9

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3} \text{ - закон Био-Савара-Лапласа.}$$

Из закона Био-Савара-Лапласа следует, что направление вектора  $d\vec{B}$  совпадает с направлением векторного произведения  $[d\vec{l}, \vec{r}]$ . Такое же направление дает и правило правого винта (буравчика).

Учитывая, что  $|[d\vec{l}, \vec{r}]| = dl r \sin(\angle d\vec{l}, \vec{r}) = dl r \sin \alpha$ ,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \cdot \sin \alpha}{r^2},$$

$d\vec{l}$  - элемент проводника, сонаправленный с током;

$\vec{r}$  - радиус-вектор, соединяющий  $d\vec{l}$  с точкой К;

$\alpha$  - угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Закон Био-Савара-Лапласа имеет практическое значение, т.к. позволяет найти в заданной точке пространства индукцию магнитного поля тока, текущего по проводнику конечных размеров и произвольной формы.

Для тока произвольной формы подобный расчет  $\vec{B}$  представляет собой сложную математическую задачу. Однако, если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение принципа суперпозиции совместно с законом Био-Савара-Лапласа дает возможность относительно просто рассчитать конкретные магнитные поля.

Рассмотрим некоторые примеры.

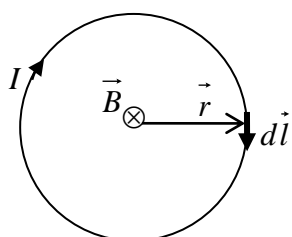
**Магнитное поле в центре кругового тока (рис. 10):**


Рис. 10

$$B = \int_0^l \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2r}.$$

$$\alpha = 90^\circ, \sin \alpha = 1, l = 2\pi r.$$

**Магнитное поле прямолинейного проводника с током.**

Можно показать, что  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha$ ;

- 1) для проводника конечной длины (рис. 11):

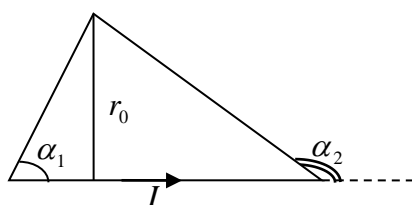


Рис. 11

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2);$$

- 2) для проводника бесконечной длины:  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi$ ,

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha \Big|_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

## 1.4 Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ (закон полного тока) и ее применение для расчета магнитных полей.

Эрстедом в 1820 году экспериментально было обнаружено, что циркуляция  $\vec{H}$  по замкнутому контуру, окружающему систему макротоков, пропорциональна алгебраической сумме этих токов. Коэффициент пропорциональности зависит от выбора системы единиц и в СИ равен 1.

Циркуляцией вектора  $\vec{H}$  называется интеграл по замкнутому контуру.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_i.$$

Эта формула носит название **теоремы о циркуляции  $\vec{H}$  или закона полного тока**:

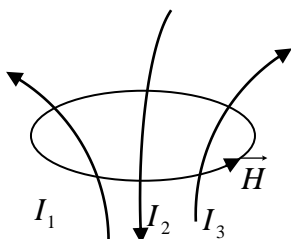


Рис. 12

циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме макротоков (или полному току), охватываемых этим контуром.

Для контура, изображенного на рис. 12

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_1 - I_2 + I_3.$$

Если, кроме токов проводимости, есть еще ток смещения (переменное электрическое поле), то и его надо включить в сумму токов.

**Поле прямолинейного бесконечного проводника с током (рис. 13).**

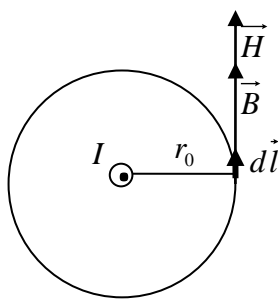


Рис. 13

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I - \text{согласно теореме о циркуляции.}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_L H dl \cos \alpha = H \int_L dl = H \cdot 2\pi r_0,$$

$$\alpha = 0, \quad \cos \alpha = 1, \quad H = \text{const} - \text{на окружности,}$$

$$H \cdot 2\pi r_0 = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi \cdot r_0},$$

$$B = \mu\mu_0 H = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \text{ т.к. для воздуха } \mu = 1.$$

**Поле внутри длинного соленоида с током (рис. 14).**

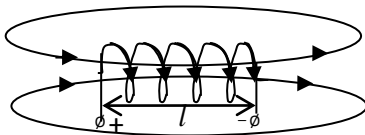


Рис. 14

Каждая силовая линия проходит обязательно как внутри соленоида, так и вне его. Подавляющее число линий вне соленоида проходит на расстоянии от него порядка длины соленоида  $l$ . Если длина соленоида во много раз больше его радиуса, то поле вне соленоида пренебрежимо мало по сравнению с полем внутри него.

$$\text{Если } l \gg d, \quad H_{\text{внешн}} \cong 0, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = NI,$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Hl + 0 = Hl, \quad Hl = NI \Rightarrow H = I \frac{N}{l} = nI,$$

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 nI,$$

где  $l$  - длина соленоида,  $N$  - число витков,  $n$  - число витков на единице длины.

**Поле тороида (рис. 15).**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = NI, \quad HL = NI \Rightarrow H = I \frac{N}{L} = nI,$$

где  $L$  - длина средней линии тороида,

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 nI.$$

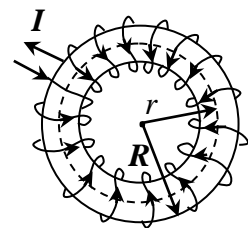


Рис. 15

## Лекция 2. Действие магнитного поля на проводники с током и движущиеся электрические заряды

### 2.1 Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.

**Закон Ампера:** сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$ , находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока  $I$  и векторному произведению элемента длины  $d\vec{l}$  на магнитную индукцию  $\vec{B}$ :

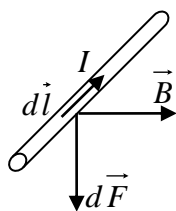


Рис. 1

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad dF = IBdl \sin \alpha$$

$$\text{Если } B = \text{const}, \quad F_A = IBl \sin \alpha$$

Направление силы Ампера определяется правилом левой руки (рис. 1).

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$ , расположенных в вакууме на расстоянии  $r$ . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое, по закону Ампера, действует на другой проводник.

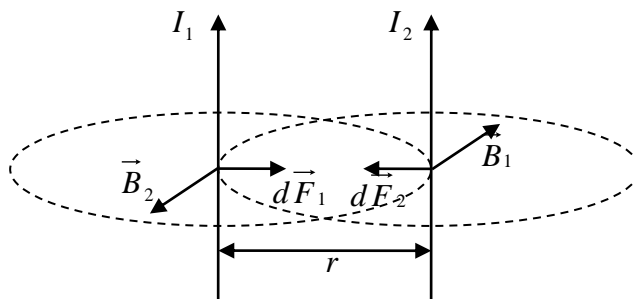


Рис. 2

Определим силу, с которой магнитное поле тока  $I_1$  действует на элемент  $dl$  второго проводника с током  $I_2$  (рис. 2).

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r},$$

$$\alpha(I_2, \vec{B}_1) = 90^\circ, \quad \sin \alpha = 1,$$

$$dF_2 = I_2 B_1 dl = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} dl.$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что

$$dF_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} dl.$$

По III закону Ньютона  $d\vec{F}_1 = -d\vec{F}_2$ , т.е. два параллельных тока одинаково направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} dl.$$

Аналогично можно доказать, что токи противоположного направления отталкиваются с такой же силой.

Если  $I_1 = I_2 = 1\text{A}$ ,  $r=1\text{м}$ ,  $l=1\text{м}$ ,  $F_1 = F_2 = 2 \cdot 10^{-7}\text{Н}$ , что соответствует определению величины 1 ампера.

## 2.2 Контур с током в магнитном поле. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле.

**Магнитный момент контура с током** - это векторная физическая величина, численно равная произведению силы тока на площадь контура.

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad [p_m] = 1 \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

1 А·м<sup>2</sup> - это магнитный момент контура с током силой 1А, площадь которого равна 1м<sup>2</sup>.

$\vec{n}$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности S, ограниченной контуром с током.

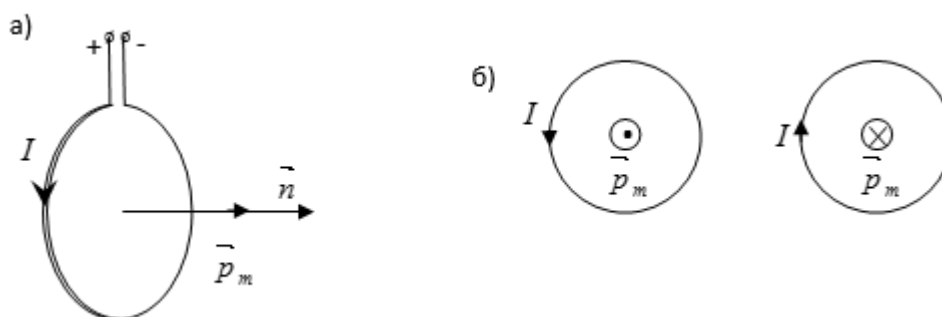


Рис. 3

Внешней (положительной) называется нормаль, которая связана с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис. 3а). Таким образом, направление  $\vec{p}_m$  определяется правилом правого винта: если рукоятку винта вращать по току в контуре, поступательное движение винта совпадет с направлением  $\vec{p}_m$  (рис. 3 а,б).

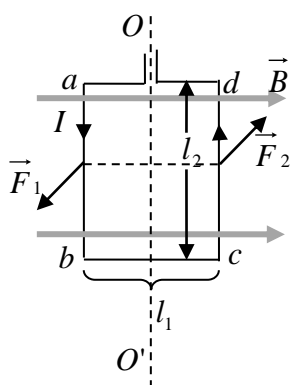


Рис. 4

Поместим в однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  рамку с током  $I$  так, чтобы плоскость рамки была параллельна магнитным силовым линиям (рис. 4). При этом на стороны рамки, перпендикулярные силовым линиям ( $ab$  и  $cd$ ) будут действовать силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , создающие вращающий момент сил относительно закрепленной оси вращения  $OO'$ .

$$M = M_1 + M_2 = F_1 \frac{l_1}{2} + F_2 \frac{l_1}{2} = \frac{l_1}{2} (IBl_2 + IBl_2) = IBl_1 l_2 = IBS = ISB = p_m B,$$

где  $S = l_1 l_2$  - площадь рамки,  $p_m$  - магнитный момент рамки с током.

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}].$$

Вращающий момент стремится привести контур в положение устойчивого равновесия, при котором векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  сонаправлены (рис.5), т.е. ориентированы параллельно друг другу. При этом  $M=0$ , силы  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  действуют в

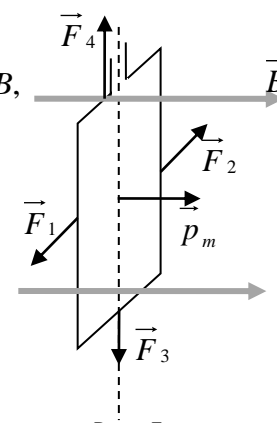


Рис. 5

Физика

одной плоскости, они лишь деформируют рамку (растягивают).

Следовательно, действие однородного магнитного поля на рамку (контур) с током сводится к повороту  $\vec{p}_m$  в направлении, параллельном  $\vec{B}$  ( $\vec{p}_m$  сонаправлено  $\vec{B}$ ).

Из предыдущей формулы может быть дано определение  $\vec{B}$ : модуль вектора магнитной индукции в данной точке магнитного поля равен максимальному вращающему моменту сил, действующих на рамку с током, обладающую единичным магнитным моментом:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m} = \frac{M_{\max}}{IS}.$$

Если поле неоднородно, под действием силы незакрепленный контур с током втягивается в область более сильного магнитного поля.

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна сторона контура изготовлена в виде подвижной перемычки), то под действием силы Ампера он будет перемещаться в магнитном поле, т.е. сила Ампера совершает работу. Для ее определения рассмотрим проводник длиной  $l$  с током  $I$ , который может свободно перемещаться в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  (рис. 6),  $F = IBl$ .

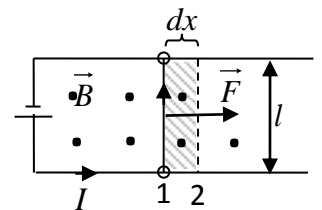


Рис. 6

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на  $dx$  из положения 1 в положение 2. Работа, совершенная при этом:

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi_m,$$

где  $dS = ldx$  - площадь, пересекаемая проводником при его движении;

$d\Phi_m = BdS$  - магнитный поток, пронизывающий эту площадь.

Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора  $\vec{B}$ , т.к.  $\vec{B}$  можно разложить на нормальную  $B_n$  и тангенциальную  $B_\tau$  (по отношению к плоскости контура) составляющие.

Поскольку  $B_\tau$  в создании силы ампера не участвует, то

$$dA = IB_n ldx = IB_n dS = Id\Phi_m.$$

Если  $\vec{B} = const$ ,  $A = I\Phi_m$ ,

т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа совершается не за счет энергии внешнего магнитного поля, а за счет источника, поддерживающего неизменным ток в контуре, или в перемещаемом проводнике.

Вычислим работу по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле. Для упрощения вычислений рассмотрим контур прямоугольной формы, плоскость которого перпендикулярна  $\vec{B}$  и с которым сцеплен магнитный поток  $\Phi_{m1}$  (рис. 7). Поскольку магнитное поле в общем случае может быть неоднородным,

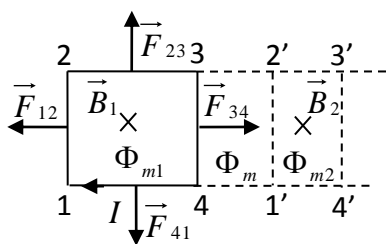


Рис. 7

при перемещении контура 1234 в плоскости чертежа в новое положение 1'2'3'4' с ним будет сцеплен магнитный поток  $\Phi_{m2}$ . Магнитный поток сквозь площадку 432'1' обозначим  $\Phi_m$ .

Полная работа, совершаемая при перемещении контура, равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении 4-х сторон:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41},$$

$$A_{23} = A_{41} = 0 \text{ (т.к. } \vec{F}_{23} \text{ и } \vec{F}_{41} \text{ перпендикулярны перемещению).}$$

Т.к. сила  $\vec{F}_{12}$  составляет с вектором перемещения  $180^\circ$ ,  $A_{12} < 0$ ,

$$A_{12} = -I(\Phi_{m1} + \Phi_m).$$

Сила  $\vec{F}_{34}$  сонаправлена с вектором перемещения,  $A_{34} > 0$ .

$$A_{34} = I(\Phi_m + \Phi_{m2}),$$

$$A = I(-\Phi_{m1} - \Phi_m + \Phi_m + \Phi_{m2}) = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I\Delta\Phi_m \quad (1)$$

где  $\Delta\Phi$  - изменение магнитного потока через площадку, ограниченную замкнутым контуром.

Работа, совершаемая силами Ампера при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению силы тока на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Соотношение (1), полученное для простейшего случая, справедливо для контура любой конфигурации в произвольном магнитном поле при любых его перемещениях (вращении, сжатии и т.п.).

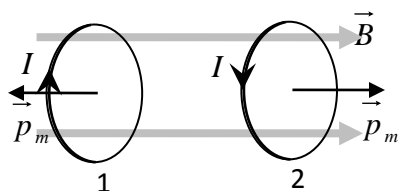


Рис. 8

В частности, при повороте контура в однородном магнитном поле (рис. 8) из положения 1, при котором  $\vec{p}_m \perp \vec{B}$ , в положение 2, при котором  $\vec{p}_m \parallel \vec{B}$ , над контуром совершается работа:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I(BS \cos 0^\circ - BS \cos 180^\circ) = I(BS + BS) = 2IBS$$

Если контур неподвижен, а изменяется значение или направление  $\vec{B}$ , работа рассчитывается также по формуле (1).

## 2.3 Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле.

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}$  со скоростью  $\vec{v}$ , называется **силой Лоренца**.

Опытным путем установлено, что

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}].$$



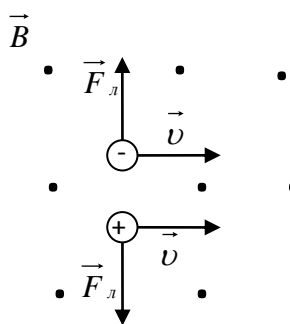


Рис.9

Направление силы Лоренца определяется для положительных зарядов правилом левой руки (т.к. направление  $I$  и  $\vec{v}$  для  $q > 0$  совпадают): если ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в нее, а 4 вытянутых пальца сонаправить с движением положительного заряда, то отогнутый большой палец покажет направление силы Лоренца (рис. 9).

Для отрицательных зарядов берется противоположное направление.

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости заряда  $\vec{v}$  и сообщает ему нормальное ускорение. Не изменяя модуля скорости, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает работы, и кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля действует и электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$ , то результирующая сила

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}] \text{ - формула Лоренца.}$$

**1. Движение заряженной частицы вдоль силовой линии,  $\vec{v} \parallel \vec{B}$  (рис. 10).**

$$F_L = qvB \sin 0^\circ = 0,$$

магнитное поле не действует на частицу.

Заряженная частица движется по инерции равномерно прямолинейно.

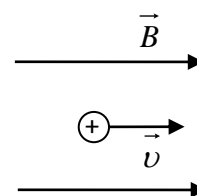


Рис. 10

**2. Движение заряженной частицы перпендикулярно силовым линиям,  $\vec{v} \perp \vec{B}$  (рис. 11).**

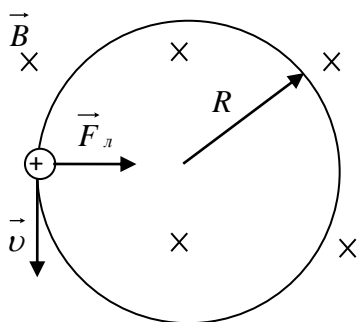


Рис. 11

Пусть в однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  влетела заряженная частица массой  $m$  с зарядом  $q$  перпендикулярно магнитным силовым линиям со скоростью  $\vec{v}$ .

В каждой точке поля на частицу действует  $\vec{F}_L \perp \vec{B} \perp \vec{v}$ . Т.к.  $\vec{v} \perp \vec{F}_L$ ,  $\vec{F}_L = m\vec{a}$ , то  $\vec{v} \perp \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$ .

Ускорение  $\vec{a}_n$  изменяет только направление скорости,  $|\vec{v}| = \text{const}$ , значит,  $a = a_n = \text{const}$ . В этих условиях заря-

женная частица движется равномерно по окружности.

Согласно II закону Ньютона:

$$\vec{F}_L = m \cdot \vec{a}_n,$$

$$qvB = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}. \quad (2)$$

Т.к. все величины, входящие в правую часть выражения (2), постоянны, радиус кривизны  $R$  меняться не будет. Постоянный радиус кривизны имеет только

окружность. Следовательно, движение заряда в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, будет происходить по окружности. Чем больше  $\vec{B}$ , тем меньше  $R$ .

Важным результатом является тот факт, что период обращения заряда в однородном магнитном поле не зависит от его скорости.

$$t = \frac{S}{v}, \text{ если } t = T, \quad S = 2\pi R, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (3)$$

Частицы, имеющие бóльшую скорость, движутся по окружности бóльшего радиуса, однако время одного полного оборота будет таким же, что и для более медленных частиц, движущихся по окружности меньшего радиуса. Данный результат положен в основу действия циклических ускорителей элементарных частиц.

### 3. Движение заряженной частицы произвольно по отношению к линиям магнитной индукции (рис. 12).

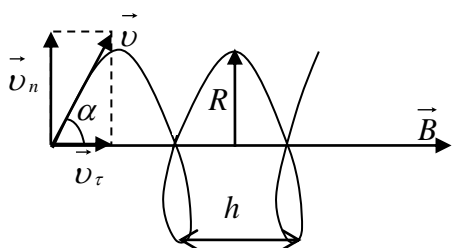


Рис. 12

Вектор скорости можно разложить на 2 составляющие:  $\vec{v} = \vec{v}_\tau + \vec{v}_n$ .

В направлении  $\vec{B}$  сила Лоренца на заряд не действует, поэтому в этом направлении он движется равномерно прямолинейно с  $v_\tau = v \cos \alpha$ .

В направлении, перпендикулярном  $\vec{B}$ , он движется по окружности со скоростью  $v_n = v \sin \alpha$ .

Движение заряда представляет собой суперпозицию этих двух движений и происходит по винтовой линии, ось которой параллельна  $\vec{B}$ .

Радиус витка с учетом (2):

$$R = \frac{mv_n}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}. \quad (4)$$

Шаг винтовой линии (расстояние между соседними витками) с учетом (3):

$$h = v_\tau \cdot T = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$$

Если движение происходит в неоднородном магнитном поле, индукция которого возрастает в направлении движения частицы (рис. 13), то  $R$  уменьшается с ростом  $\vec{B}$  согласно (4). На этом основана фокусировка пучка заряженных частиц в магнитном поле. Таким образом, с помощью неоднородного магнитного поля можно управлять пучками заряженных частиц, собирать их или рассеивать подобно тому, как управляют поведением пучков световых лучей с помощью оптических линз.

Рассмотренный принцип положен в основу действия электронных микроскопов.

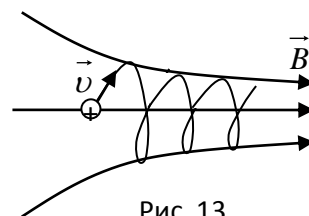


Рис. 13

**Ускорители заряженных частиц** - устройства, в которых создаются управляемые пучки высокоэнергетических заряженных частиц под действием электрических и магнитных полей.

Свойство независимости периода от скорости обращения используют для того, чтобы превратить траекторию ускоряемой частицы в спираль и уменьшить размеры ускорителя. Такой принцип положен в основу работы циклотрона - родоначальника целого семейства ускорителей с магнитным полем: синхротрона, синхрофазотрона и т.д.

Ускорительная камера циклотрона представляет собой вакуумную цилиндрическую коробку, помещенную между полюсами сильного электромагнита (рис. 14а). Камера состоит из двух металлических половинок - дуантов, в зазоре между которыми создается с помощью генератора переменное электрическое напряжение с амплитудой порядка  $U_0 \approx 10^4 - 10^5 \text{ В}$  (рис. 14б). Частицы вводятся внутрь ка-

мера с помощью специального впускного устройства.

При каждом пересечении зазора частица приобретает энергию  $\Delta E_1 = qU$ . За  $N$  оборотов  $\Delta E = qUN$ ,  $\Delta E_{\text{max}} \sim 10^7 \text{ эВ}$ .

Большая энергия в циклотроне не может быть достигнута из-за релятивистских эффектов. В этом случае применяют принцип автофазировки, предложенный советским физиком Векслером (1944 г.) и американским физиком Мак-Милланом (1945 г.).

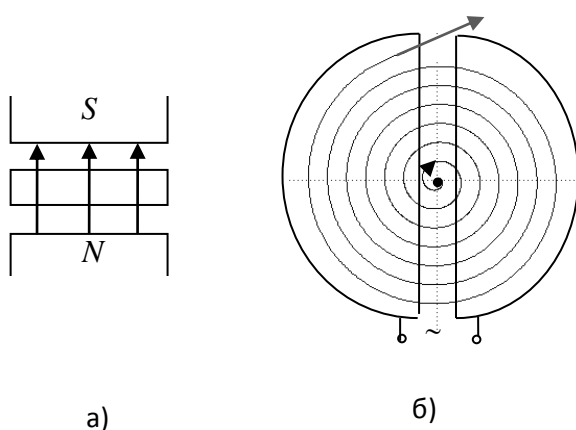


Рис. 14

В синхроциклотронах (фазотронах) медленно уменьшается частота подаваемого напряжения. В синхротронах меняется индукция магнитного поля  $\vec{B}$ . В синхрофазотронах — изменяется  $\nu$  и  $\vec{B}$ . При этом возможно увеличение  $\Delta E_{\text{max}} : \Delta E_{\text{max}} \sim 10^9 - 10^{10} \text{ эВ}$ .

## Лекция 3. Магнитные свойства вещества.

### 3.1 Магнитные моменты электронов и атомов.

Опыт показывает, что все вещества являются магнетиками, т.е. способны под действием внешнего магнитного поля создавать собственное, внутреннее магнитное поле (приобретать собственный магнитный момент, намагничиваться).

Для объяснения намагничивания тел Ампер предположил, что в молекулах веществ циркулируют круговые молекулярные токи. Каждый такой микроток  $I_i$  имеет собственный магнитный момент  $\vec{p}_{mi}$  и создает в окружающем пространстве магнитное поле  $\vec{B}_i$  (рис.1). В отсутствии внешнего поля молекулярные токи и связанные с ними  $\vec{p}_{mi}$  ориентированы беспорядочно, поэтому результирующее поле внутри вещества и суммарный момент всего вещества равны нулю. При помещении вещества во внешнее магнитное поле магнитные моменты молекул приобретают преимущественно ориентацию в одном направлении, суммарный магнитный момент становится отличным от нуля, магнетик намагничивается. Магнитные поля отдельных молекулярных токов уже не компенсируют друг друга и внутри магнетика возникает его собственное внутреннее поле.

Рассмотрим причину этого явления на основе планетарной модели атома. Согласно Резерфорду, в центре атома располагается положительно заряженное ядро, вокруг которого по стационарным орбитам вращаются отрицательно заряженные электроны. Электрон, движущийся по круговой орбите вокруг ядра, можно рассматривать как круговой ток (микроток). Поскольку за направление тока условно принято направление движения положительных зарядов, а заряд электрона отрицательный, направление микротока противоположно направлению движения электрона (рис.2).

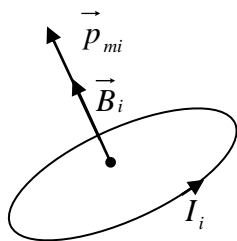


Рис. 1

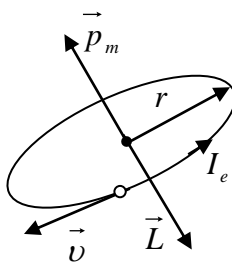


Рис. 2

Величину микротока  $I_e$  можно определить следующим образом. Если за время  $t$  электрон совершил  $N$  оборотов вокруг ядра, то через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, был перенесен заряд  $q = eN$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  - заряд электрона).

Согласно определению силы тока,

$$I_e = \frac{dq}{dt} = \frac{d(eN)}{dt} = e \frac{dN}{dt} = e\nu,$$

Где  $\nu = \frac{dN}{dt}$  – частота вращения электрона.

Если ток  $I$  течет по замкнутому контуру, то такой контур обладает магнитным моментом, модуль которого равен

$$P_m = IS,$$

## Физика

где  $S$  - площадь, ограниченная контуром.

Для микротока такой площадью является площадь орбиты  $S = \pi r^2$  ( $r$  - радиус орбиты), а его магнитный момент равен

$$p_m = e v \pi r^2 = \frac{2\pi v r}{2} \cdot e r = \frac{\omega r}{2} \cdot e r = \frac{v}{2} \cdot e r = \frac{e v r}{2},$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  - циклическая частота,  $v = \omega r$  - линейная скорость электрона.

Магнитный момент  $p_m$ , которым обладает электрон вследствие своего движения по орбите, называется орбитальным магнитным моментом электрона.

Направление вектора  $\vec{p}_m$  образует с направлением микротока правовинтовую систему.

Как всякая материальная точка, движущаяся по окружности, электрон обладает моментом импульса:

$$L = m v r.$$

Момент импульса  $L$ , которым обладает электрон вследствие своего движения по орбите, называется орбитальным механическим моментом. Он образует правовинтовую систему с направлением движения электрона. Как видно из рис.2, направления векторов  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}$  противоположны.

Оказалось, что, кроме орбитальных моментов (т.е. обусловленных движением по орбите), электрон обладает собственными механическим  $\vec{L}_s$  и магнитным  $\vec{p}_{mS}$  моментами.

Первоначально существование  $\vec{L}_s$  и  $\vec{p}_{mS}$  пытались объяснить, рассматривая электрон как шарик, вращающийся вокруг своей собственной оси, поэтому собственный механический момент импульса электрона получил название спин (от англ. spin - вращаться). В дальнейшем обнаружилось, что такое представление приводит к ряду противоречий и от гипотезы о «вращающемся» электроне отказались.

В настоящее время установлено, что спин электрона и связанный с ним собственный (спиновый) магнитный момент являются неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе.

Магнитный момент электрона в атоме складывается из орбитального и спинного моментов:

$$\vec{p}_e = \vec{p}_m + \vec{p}_{mS}.$$

Магнитный момент атома складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов (магнитным моментом ядра ввиду его малости пренебрегают):

$$\vec{P}_m = \sum \vec{p}_{mi} + \sum \vec{p}_{mSi}.$$

### 3.2 Намагничивание вещества.

Атом в магнитном поле. Диа- и парамагнитный эффекты.

Рассмотрим механизм действия внешнего магнитного поля на движущиеся в атоме электроны, т.е. на микротоки.

## Физика

Как известно, при помещении контура с током в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$  возникает вращающий момент сил  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}_0]$ , под действием которого контур ориентируется таким образом, что плоскость контура располагается перпендикулярно, а магнитный момент  $\vec{p}_m$  - вдоль направления вектора  $\vec{B}_0$  (рис.3).

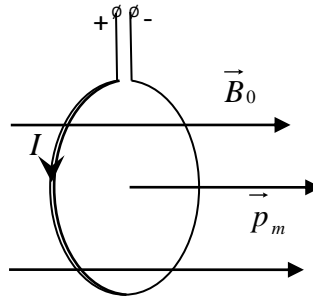


Рис. 3

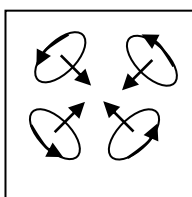
Аналогично ведет себя электронный микроток. Однако ориентация орбитального микротока в магнитном поле происходит не совсем так, как контура с током. Дело в том, что электрон, движущийся вокруг ядра и обладающий моментом импульса, подобен волчку, следовательно, ему присущи все особенности поведения гироскопов под действием внешних сил, в частности, гироскопический эффект. Поэтому, когда при помещении атома в магнитное поле на орбитальный микроток начинает действовать вращающий момент  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}_0]$ , стремящийся установить орбитальный магнитный момент электрона  $\vec{p}_m$  вдоль направления поля, возникает прецессия векторов  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}$  вокруг направления вектора  $\vec{B}_0$  (вследствие гироскопического эффекта). Частота этой прецессии  $\omega_L = \frac{eB}{2m}$  называется

**ларморовой** частотой и одинакова для всех электронов атома.

Таким образом, при помещении любого вещества в магнитное поле каждый электрон атома за счет прецессии своей орбиты вокруг направления внешнего поля порождает дополнительное индуцированное магнитное поле, направленное против внешнего и ослабляющее его. Поскольку индуцированные магнитные моменты всех электронов направлены одинаково (противоположно вектору  $\vec{B}_0$ ), суммарный индуцированный момент атома также направлен против внешнего поля.

Явление возникновения в магнетиках индуцированного магнитного поля (вызванного прецессией электронных орбит во внешнем магнитном поле), направленного противоположно внешнему полю и ослабляющему его, называется диамагнитным эффектом. Диамагнетизм присущ всем веществам природы.

Диамагнитный эффект приводит к ослаблению внешнего магнитного поля в магнетиках.



а)

Однако, возможно возникновение и еще одного эффекта, называемого парамагнитным. В отсутствии магнитного поля магнитные моменты атомов вследствие теплового движения ориентированы беспорядочно и результирующий магнитный момент вещества равен нулю (рис.4,а).

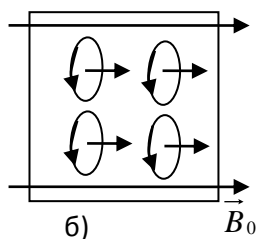


Рис. 4

При внесении такого вещества в однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$  поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль  $\vec{B}_0$ , поэтому векторы магнитных моментов атомов (молекул) прецессируют вокруг направления вектора  $\vec{B}_0$ . Тепловое движение и взаимные столкновения атомов приводят к постепенному затуханию прецессии и уменьшению углов между направлениями векторов магнитных моментов и вектора  $\vec{B}_0$ . Совместное действие магнитного поля и теплового движения приводит к преимущественной ориентации магнитных моментов атомов вдоль поля (рис.4, б), тем большей, чем больше  $\vec{B}_0$  и тем меньшей, чем выше температура. В результате суммарный магнитный момент всех атомов вещества станет отличным от нуля, вещество намагнитится, в нем возникает собственное внутреннее магнитное поле, сонаправленное с внешним полем и усиливающее его.

Явление возникновения в магнетиках собственного магнитного поля, вызванного ориентацией магнитных моментов атомов вдоль направления внешнего поля и усиливающего его, называется **парамагнитным эффектом**.

Парамагнитный эффект приводит к усилению внешнего магнитного поля в магнетиках.

При помещении любого вещества во внешнее магнитное поле оно намагничивается, т.е. приобретает магнитный момент за счет диа- или парамагнитного эффекта, в самом веществе возникает его собственное внутреннее магнитное поле (поле микротоков) с индукцией  $\vec{B}'$ .

Для количественного описания намагничения вещества вводят понятие намагниченности.

**Намагниченность магнетика**  $\vec{J}$  - это векторная физическая величина, равная суммарному магнитному моменту единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V},$$

$$[\vec{J}] = \frac{1 \text{ А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

В СИ намагниченность измеряется в А/м.

Намагниченность зависит от магнитных свойств вещества, величины внешнего поля и температуры. Очевидно, что намагниченность магнетика связана с индукцией  $\vec{B}'$ .

Как показывает опыт, для большинства веществ и не в очень сильных полях намагниченность  $\vec{J}$  прямо пропорциональна напряженности  $\vec{H}$  внешнего поля, вызывающего намагничение:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (1)$$

Где  $\chi$  - магнитная восприимчивость вещества, безразмерная величина.

Чем больше величина  $\chi$ , тем более намагиченным оказывается вещество при заданном внешнем поле.



$$\text{Можно доказать, что } B' = \mu_0 J. \quad (2)$$

Магнитное поле в веществе является векторной суммой двух полей: внешнего магнитного поля и внутреннего, или собственного магнитного поля, создаваемого микротоками. Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля в веществе характеризует результирующее магнитное поле и равен геометрической сумме магнитных индукций внешнего  $\vec{B}_0$  и внутреннего  $\vec{B}'$  магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (3)$$

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Относительная магнитная проницаемость вещества показывает, во сколько раз индукция магнитного поля изменяется в данном веществе.

Что именно происходит с магнитным полем в данном конкретном веществе - усиливается оно или ослабляется - зависит от величины магнитного момента атома (или молекулы) данного вещества.

### 3.3 Диа- и парамагнетики. Ферромагнетики.

**Магнетиками** называются вещества, способные во внешнем магнитном поле приобретать магнитные свойства, - намагничиваться, т.е. создавать собственное внутреннее магнитное поле.

Как уже говорилось, все вещества являются магнетиками, так как их собственное внутреннее магнитное поле  $\vec{B}'$  определяется векторным суммированием микрополей  $\vec{B}_i$ , порождаемых каждым электроном каждого атома:

$$\vec{B}' = \sum \vec{B}_i.$$

Магнитные свойства вещества определяются магнитными свойствами электронов и атомов данного вещества. По своим магнитным свойствам магнетики подразделяются на диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики, антиферромагнетики и ферриты. Рассмотрим последовательно эти классы веществ.

Мы выяснили, что при помещении вещества в магнитное поле могут возникнуть два эффекта:

1. Парамагнитный, приводящий к усилению магнитного поля в магнетике вследствие ориентации магнитных моментов атомов вдоль направления внешнего поля.

2. Диамагнитный, приводящий к ослаблению поля вследствие прецессии электронных орбит во внешнем поле.

Как определить, какой из этих эффектов возникнет (или оба одновременно), какой из них оказывается сильнее, что происходит в конечном итоге с магнитным полем в данном веществе - усиливается оно или ослабляется?

Как нам уже известно, магнитные свойства вещества определяются магнитными моментами его атомов, а магнитный момент атома складывается из орбитальных и собственных спиновых магнитных моментов входящих в его состав электронов:

$$\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{mi} + \sum \vec{P}_{mSi}.$$



## Физика

У атомов некоторых веществ векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов равна нулю, т.е. магнитный момент всего атома равен нулю,  $\vec{p}_m = 0$ . При помещении таких веществ в магнитное поле парамагнитный эффект, естественно, возникнуть не может, так как он возникает только за счет ориентации магнитных моментов атомов в магнитном поле, здесь же их нет.

А вот прецессия электронных орбит во внешнем поле, обуславливающая диамагнитный эффект, возникает всегда, поэтому диамагнитный эффект возникает у всех веществ при помещении их в магнитное поле.

Таким образом, если магнитный момент атома (молекулы) вещества равен нулю (за счет взаимной компенсации магнитных моментов электронов), то при помещении такого вещества в магнитное поле в нем будет возникать только диамагнитный эффект. При этом собственное магнитное поле магнетика  $\vec{B}'$  направлено противоположно внешнему полю  $\vec{B}_0$  и ослабляет его. Такие вещества называют диамагнетиками.

Диамагнетиками называются вещества, у которых в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов равны нулю.

Диамагнетики во внешнем магнитном поле намагничиваются против направления внешнего поля и ослабляют его, поэтому

$$B = B_0 - B', \quad \mu < 1.$$

Ослабление поля в диамагнетике очень незначительно. Например, для одного из наиболее сильных диамагнетиков, висмута,  $\mu \approx 0,999998$ .

Диамагнетиками являются многие металлы (серебро, золото, медь), большинство органических соединений, смолы, углерод и т.д.

Если в отсутствии внешнего магнитного поля магнитный момент атомов вещества отличен от нуля, при помещении такого вещества в магнитное поле в нем будут возникать и диамагнитный, и парамагнитный эффекты, однако диамагнитный эффект всегда значительно слабее парамагнитного и на его фоне практически незаметен. Собственное магнитное поле магнетика  $\vec{B}'$  будет сонаправлено с внешним полем  $\vec{B}_0$  и усиливает его. Такие вещества называются парамагнетиками. Парамагнетики - это вещества, у которых в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов отличны от нуля.

Парамагнетики во внешнем магнитном поле намагничиваются по направлению внешнего поля и усиливают его. Для них

$$B = B_0 + B', \quad \mu > 1.$$

Магнитная проницаемость для большинства парамагнетиков немного больше единицы.

К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, платина, алюминий и т.д.

Вывод:

Если  $\vec{p}_m = 0$ , диамагнитный эффект,  $B = B_0 - B'$ ,  $\mu < 1$ .

Если  $\vec{p}_m > 0$ , диа- и парамагнитный эффекты,  $B = B_0 + B'$ ,  $\mu > 1$ .

**Ферромагнетики.**

Все диа- и парамагнетики - это вещества, намагничивающиеся весьма слабо, их магнитная проницаемость близка к единице и не зависит от напряженности

магнитного поля  $H$ . Наряду с диа- и парамагнетиками имеются вещества, способные сильно намагничиваться. Они называются ферромагнетиками.

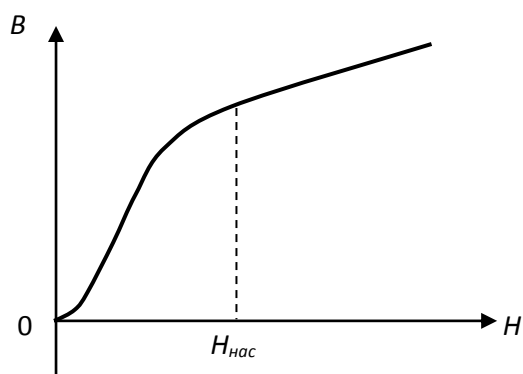


Рис. 6

Ферромагнетики или ферромагнитные материалы получили свое название от латинского наименования основного представителя этих веществ - железа (ferrum). К ферромагнетикам, кроме железа, относятся кобальт, никель гадолиний, многие сплавы и химические соединения. Ферромагнетики - это вещества, способные очень сильно намагничиваться, в которых внутреннее (собственное) магнитное поле может в сотни

и тысячи раз превышать вызвавшее его внешнее магнитное поле.

### Свойства ферромагнетиков

#### 1. Способность сильно намагничиваться.

Значение относительной магнитной проницаемости  $\mu$  в некоторых ферромагнетиках достигает величины  $10^6$ .

#### 2. Магнитное насыщение.

На рис. 5 приведена экспериментальная зависимость намагниченности  $\vec{J}$  от напряженности внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ . Как видно из рисунка, с некоторого значения  $H$  численное значение намагниченности ферромагнетиков практически остается постоянным и равным  $J_{\text{нас}}$ . Это явление было открыто русским ученым А.Г. Столетовым и названо магнитным насыщением.

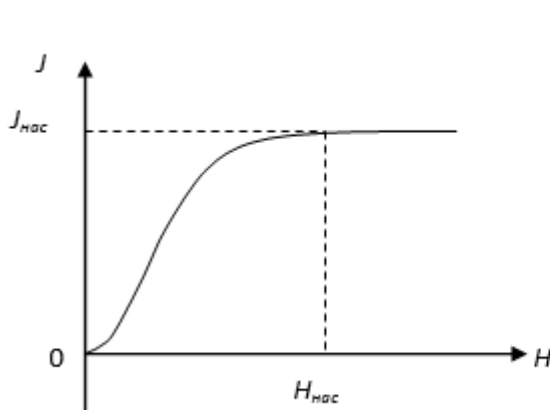


Рис. 5

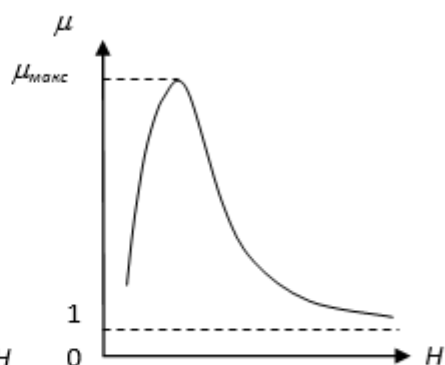


Рис. 7

#### 3. Нелинейные зависимости $B(H)$ и $\mu(H)$ .

С ростом напряженности индукция сначала увеличивается, но по мере намагничения магнетика ее нарастание замедляется, и в сильных полях  $\vec{B}$  растет с увеличением  $\vec{H}$  по линейному закону (рис.6).

Вследствие нелинейной зависимости  $B(H)$ ,  $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$ , т.е. магнитная проница-

емость  $\mu$  сложным образом зависит от напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  (рис.7).

Вначале, с увеличением напряженности поля  $\mu$  возрастает от начального значения до некоторой максимальной величины, а затем уменьшается и асимптотически стремится к единице.

#### 4. Магнитный гистерезис.

Другой отличительной особенностью ферромагнетиков является их способность сохранять намагниченность после снятия намагничивающего поля. При изменении напряженности внешнего магнитного поля  $\vec{H}$  от нуля в сторону положительных значений индукция  $\vec{B}$  возрастает (рис.8, участок  $oa$ ).

При уменьшении  $\vec{H}$  до нуля магнитная индукция  $\vec{B}$  запаздывает в уменьшении и при значении  $\vec{H}$ , равном нулю, оказывается равной  $\vec{B}_{ост}$  (остаточная индукция), т.е. при снятии внешнего поля ферромагнетик остается намагниченным и представляет собой постоянный магнит. Для полного размагничивания образца необходимо приложить магнитное поле обратного направления -  $\vec{H}_k$ . Величина напряженности магнитного поля  $\vec{H}_k$ , которую надо приложить к ферромагнетику для его полного размагничивания, называется **коэрцитивной силой**.

Явление отставания изменения магнитной индукции  $\vec{B}$  в ферромагнетике от изменения напряженности переменного по величине и направлению внешнего намагничивающего поля называется магнитным гистерезисом.

При этом зависимость  $\vec{B}$  от  $\vec{H}$  будет изображаться петлеобразной кривой, носящей название **петли гистерезиса**, изображенной на рис.8.

В зависимости от формы петли гистерезиса различают магнитожесткие и магнитомягкие ферромагнетики. Жесткими ферромагнетиками называют вещества с большим остаточным намагничением и большой коэрцитивной силой, т.е. с широкой петлей гистерезиса. Они применяются для изготовления постоянных магнитов (углеродистые, вольфрамовые, хромовые, алюминий-никелевые и другие стали).

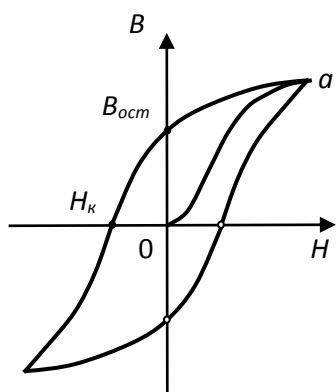


Рис. 8

Мягкими ферромагнетиками называются вещества с малой коэрцитивной силой, которые очень легко перемагничиваются, с узкой петлей гистерезиса. (Чтобы получить эти свойства, специально создано так называемое трансформаторное железо, сплав железа с небольшой примесью кремния). Область их применения - изготовление сердечников трансформаторов; к ним относятся мягкое железо, сплавы железа с никелем (пермаллой, супермаллой).

#### 5. Наличие температуры (точки) Кюри.

**Точка Кюри** - это характерная для данного ферромагнетика температура, при которой полностью исчезают ферромагнитные свойства.

При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. При охлаждении ниже точки Кюри он восстанавливает свои ферромагнитные свойства. Для различных веществ эта температура различна (для Fe - 770°C, для Ni - 260°C).

**6. Магнитострикция** - явление деформации ферромагнетиков при намагничивании. Величина и знак магнитострикции зависят от напряженности намагничивающего поля и природы ферромагнетика. Это явление широко используют для устройства мощных излучателей ультразвука, применяемых в гидролокации, звукоподводной связи, навигации и т.д.

У ферромагнетиков наблюдается и обратное явление - изменение намагниченности при деформации. Сплавы со значительной магнитострикцией применяются в приборах, служащих для измерения давления и деформаций.

#### **Природа ферромагнетизма**

Описательная теория ферромагнетизма была предложена французским физиком П. Вейссом в 1907 году, а последовательная количественная теория на основе квантовой механики разработана советским физиком Я. Френкелем и немецким физиком В. Гейзенбергом (1928 год).

Согласно современным представлениям, магнитные свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами (спинами) электронов; ферромагнетиками могут быть только кристаллические вещества, в атомах которых имеются недостроенные внутренние электронные оболочки с нескомпенсированными спинами. При этом возникают силы, вынуждающие спиновые магнитные моменты электронов ориентироваться параллельно друг другу. Эти силы называются силами обменного взаимодействия, они имеют квантовую природу и обусловлены волновыми свойствами электронов.

Под действием этих сил в отсутствие внешнего поля ферромагнетик разбивается на большое число микроскопических областей - доменов, размеры которых порядка  $10^{-2}$  -  $10^{-4}$  см. Внутри каждого домена спины электронов сориентированы параллельно друг другу, так что весь домен намагничен до насыщения, но направления намагничивания в отдельных доменах различны, так что полный (суммарный) магнитный момент всего ферромагнетика равен нулю. Как известно, любая система стремится находиться в состоянии, при котором ее энергия минимальна. Разбиение ферромагнетика на домены происходит потому, что при образовании доменной структуры энергия ферромагнетика уменьшается. Точка Кюри оказывается той температурой, при которой происходит разрушение доменов, и ферромагнетик утрачивает свои ферромагнитные свойства.

Существование доменной структуры ферромагнетиков доказано экспериментально. Прямым экспериментальным методом их наблюдения является метод порошковых фигур. Если на тщательно отполированную поверхность ферромагнетика нанести водную суспензию мелкого ферромагнитного порошка (например, магнетика), то частицы оседают преимущественно в местах максимальной неоднородности магнитного поля, т.е. на границах между доменами. Поэтому осевший порошок очерчивает границы доменов, и подобную картину можно сфотографировать под микроскопом.

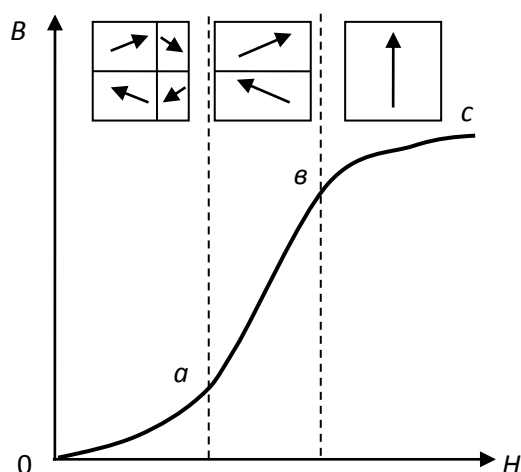


Рис. 10

Одной из основных задач теории ферромагнетизма является объяснение зависимости  $B(H)$  (рис.6). Попробуем сделать это. Мы знаем, что в отсутствии внешнего поля ферромагнетик разбивается на домены, так что его полный магнитный момент равен нулю. Это схематически показано на рис.9, а, где изображены четыре домена одинакового объема, намагниченные до насыщения. При включении внешнего поля энергии отдельных доменов делаются неодинаковыми: энергия меньше для тех доменов, в которых вектор намагничения образует с направлением поля острый угол, и больше в том случае, если этот угол тупой.

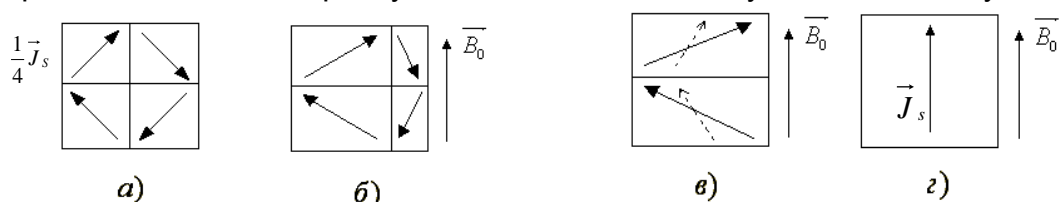


Рис. 9

$\vec{J}_s$  - намагниченность всего магнетика в состоянии насыщения.

Поскольку, как известно, всякая система стремится к минимуму энергии, возникает процесс смещения границ доменов, при котором объем доменов с меньшей энергией возрастает, а с большей энергией уменьшается (рис.9, б). В случае очень слабых полей эти смещения границ обратимы и точно следуют за изменениями поля (если поле выключить, намагниченность снова будет равна нулю). Этот процесс соответствует участку  $oa$  кривой  $B(H)$  (рис.10). При увеличении поля смещения границ доменов делаются необратимыми.

При достаточной величине намагничивающего поля энергетически невыгодные домены исчезают (рис.9, в; участок  $ab$  рис.10). Если поле увеличивается еще

### Физика

больше, происходит доворачивание магнитных моментов доменов по полю, так что весь образец превращается в один большой домен (рис.9, г; участок *bc* рис.10).

Многочисленные интересные и ценные свойства ферромагнетиков позволяют широко использовать их в различных областях науки и техники: для изготовления сердечников трансформаторов и электро-механических излучателей ультразвука, в качестве постоянных магнитов и т.п. Ферромагнитные материалы находят применения в военном деле: в различных электро- и радиоустройствах; как источники ультразвука - в гидролокации, навигации, звукоподводной связи; как постоянные магниты - при создании магнитных мин и для магнитометрической разведки. Магнитометрическая разведка позволяет обнаруживать и опознавать объекты, содержащие ферромагнитные материалы; используется в системе борьбы с подводными лодками и морскими минами.

## Лекция 4. Электромагнитная индукция (ЭМИ).

### 4.1 Явление ЭМИ. Закон Фарадея. Вихревые токи.

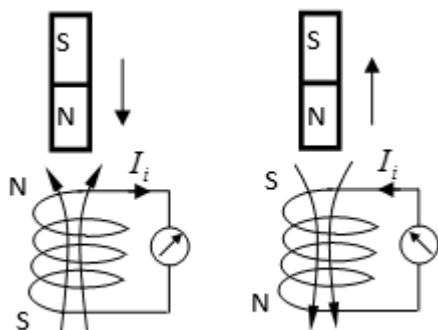


Рис. 1

В 1821 году Эрстед обнаружил, что любой ток создает вокруг себя магнитное поле. Возник вопрос: способно ли магнитное поле порождать электрический ток? Само сочетание «ЭМИ» означает создание электричества с помощью магнетизма.

Фарадей обнаружил, что в проводящем контуре возникает электрический ток при изменении магнитного потока через контур (рис.1). Он показал, что величина индукционного тока зависит не от  $\vec{H}$ , а от  $\vec{B}$  (вводя в соленоид с током железный

сердечник,  $B = \mu\mu_0 H$ ).

**ЭМИ** - явление возникновения индукционного тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную этим контуром.

Экспериментально было установлено, что величина  $I_i$  не зависит от способа изменения  $\Phi$ , а определяется лишь скоростью его изменения. Максвелл обобщил результаты экспериментов Фарадея и сформулировал закон ЭМИ в математическом виде.

Если в контуре протекает ток  $I_i$ , значит, в нем действует э.д.с., которая получила название э.д.с. ЭМИ.

**Закон Фарадея для ЭМИ:**

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Э.д.с. ЭМИ в замкнутом контуре равна скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром, взятой со знаком «минус».

$$\varepsilon_i = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -\left( B \frac{dS}{dt} \cos \alpha + \frac{dB}{dt} S \cos \alpha - BS \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right)$$

↓  
деформация  
контура

↓  
изменение B

↘  
вращение

При экспериментах можно наблюдать эффект, который дает каждое из слагаемых. Знак «минус» имеет принципиальное значение и отражает закон сохранения энергии. Вначале он был установлен экспериментально профессором Петербургского университета Э.Х. Ленцем в 1834 году.

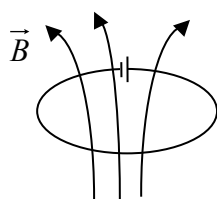


Рис. 2

**Правило Ленца:** индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим магнитным полем противодействовать причине, его вызвавшей.

Немецкий физик Г. Гельмгольц показал, что основной закон ЭМИ является следствием закона сохранения энергии.



## Физика

Рассмотрим замкнутый проводящий контур, помещенный в неоднородное магнитное поле. Если в него включить гальванический элемент (рис. 2), то под действием сил Ампера незакрепленный контур придет в движение.

$Id\Phi$  - работа, совершенная силой Ампера при перемещении контура,

$d\Phi$  - изменение магнитного потока сквозь площадь контура за время  $dt$ ,

$I^2 R dt$  - работа, совершаемая током за время  $dt$  по преодолению электрического сопротивления цепи,

$\mathcal{E} dt$  - полная работа за время  $dt$ , совершаемая гальваническим элементом.

$\mathcal{E} dt = I^2 R dt + Id\Phi$  - по закону сохранения энергии.

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R} = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R}, \text{ где } \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Таким образом, при изменении магнитного потока, сцепленного с контуром, в контуре возникает добавочная  $\mathcal{E}_i$ .

### Природа ЭМИ.

1. Если проводник движется в постоянном магнитном поле, возникновение ЭМИ объединяется действием силы Лоренца на заряды внутри проводника (свободные электроны). Между концами проводника возникает разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E}_i$  (рис. 3), т.е.

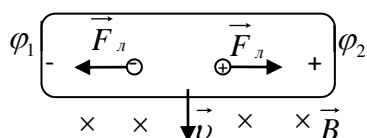


Рис. 3

электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}_{cm}$ . Перераспределение свободных электронов прекращается, когда сила, действующая на них со стороны электрического поля, равна  $F_L$ .

$$eE_{cm} = evB \sin \alpha, \text{ если } \alpha = 90^\circ, \sin \alpha = 1,$$

$$E_{cm} = vB,$$

$$\dot{\varphi} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = -\frac{\mathcal{E}_i}{l} \quad (\text{т.к. } \vec{E} = -\text{grad } \varphi),$$

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad -\frac{\mathcal{E}_i}{l} = \frac{dx}{dt} \cdot B; \quad \mathcal{E}_i = -\frac{d(xl)B}{dt} = -\frac{dS \cdot B}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt},$$

$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ , где  $\Phi$  - магнитный поток сквозь поверхность, очерчиваемую проводником при его движении.

Если проводник замкнуть, в нем возникнет  $I_i$ :

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}, \text{ где } R - \text{сопротивление проводника.}$$

Направление  $I_i$  определяется **правилом правой руки**: если ладонь правой руки расположить так, чтобы магнитные силовые линии входили в нее, а большой палец, отставленный на  $90^\circ$  сонаправить с движением проводника, то 4 вытянутых пальца покажут направление  $I_i$ .

2. Если неподвижный замкнутый проводник находится в переменном магнитном поле, сила Лоренца не действует на неподвижные заряды. Максвелл предположил, что переменное магнитное поле возбуждает в окружающем про-



пространстве переменное вихревое электрическое поле, которое является причиной возникновения  $I_i$  в неподвижном проводнике.

Циркуляция вектора напряженности этого поля  $\vec{E}_i$  по любому неподвижному замкнутому контуру  $L$  представляет собой  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_i = - \oint_L \vec{E}_i d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

### Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционные токи могут возбуждаться и в сплошных массивных проводниках, при этом замкнутая цепь индукционного тока образуется в толще самого проводника, и они носят вихревой характер. Вихревые токи вызывают сильное нагревание проводников. Впервые на это обратил внимание французский физик Л. Фуко.

### Применение токов Фуко.

1. Тепловое действие токов Фуко используют в индукционных печах. Такая печь представляет собой катушку, питаемую высокочастотным током большой силы, внутрь которой помещают проводящее тело, которое разогревается токами Фуко до плавления. Так осуществляют плавление металлов в вакууме для получения материалов высокой чистоты.

2. Прогрев внутренних металлических частей вакуумных установок для их обезгаживания.

3. Для успокоения (демпфирования) подвижных частей различных приборов. Токи Фуко, как индукционные токи, подчиняются правилу Ленца. Если между полюсами не включенного электромагнита массивный медный маятник совершает практически незатухающие колебания, то при включении тока он испытывает сильное торможение и очень быстро останавливается. Это объясняется тем, что возникающие токи Фуко направлены так, что действующая на них со стороны магнитного поля сила Ампера тормозит движение маятника.

Во многих случаях токи Фуко нежелательны. Так сердечники трансформаторов набирают из тонких пластин, разделенных изолирующими прослойками, для предотвращения потерь энергии на нагревание.

Явление ЭМИ применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этого используются генераторы переменного тока, принцип действия которых основан на возникновении  $\varepsilon_i$  в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле.

## 4.2 Индуктивность. Самоиндукция и взаимная индукция.

Вокруг каждого проводника с током существует магнитное поле. Поэтому с проводящим контуром, по которому протекает ток, всегда сцеплен некоторый магнитный поток, обусловленный не внешними причинами, а самим током (рис. 4). Согласно закону Био-Савара-Лапласа,  $B \sim I$ , поэтому магнитный поток, сцепленный с контуром, пропорционален силе тока, текущего по контуру,  $\Phi \sim I$ :

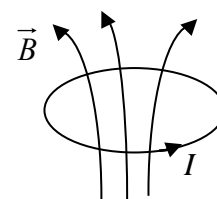


Рис. 4

$$\Phi = L \cdot I,$$

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн}.$$

$L$  - индуктивность контура, зависит от размеров и формы контура и магнитной проницаемости среды  $\mu$ .

1 Гн - индуктивность контура, с которым при протекании 1А сцеплен магнитный поток 1 Вб.

В качестве примера рассчитаем индуктивность длинного соленоида.

$$\Phi = BSN = \mu\mu_0 n I S N = \mu\mu_0 n I S \frac{N}{l} l = \mu\mu_0 n^2 I S l,$$

$$\Phi = LI, \quad LI = \mu\mu_0 n^2 I S l, \quad \Rightarrow \quad L = \mu\mu_0 n^2 S l.$$

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток, следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией**.

Если контур не деформируется и  $\mu$  не изменяется,  $L = \text{const}$ . Применим к явлению самоиндукции закон Фарадея.

$$\varepsilon_{Si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Экстратоки замыкания (рис. 5а) и размыкания (рис. 5 б) цепи.



Рис. 5

### Взаимная индукция.

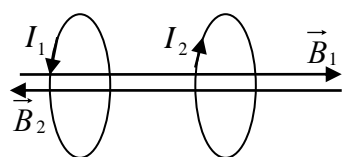


Рис. 6

Расположим 2 контура на расстоянии, сравнимом с их размерами (рис. 6). Явление возникновения э.д.с. индукции в одном контуре при изменении тока в другом контуре называется **взаимной индукцией**.

Если  $I_1$  нарастает,  $I_2$  будет направлен противоположно, если  $I_1$  убывает, то  $I_2$  сонаправлен с ним

(согласно правилу Ленца).

Э.д.с., возникающая во 2-ом контуре, равна

$$\varepsilon_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

По аналогии, если пропускать по 2-ому контуру изменяющийся ток  $I_2$

$$\varepsilon_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

$L_{12}$  и  $L_{21}$  - коэффициенты взаимной индукции или взаимная индуктивность контуров 1 и 2, зависят от размеров, формы, взаимного расположения контуров и магнитных свойств среды.

**Теорема взаимности:** коэффициенты взаимной индукции всех индуктивно связанных контуров одинаковы:

$$L_{12} = L_{21}.$$

Физический смысл  $L_{12}$ : взаимная индуктивность 2-х контуров численно равна э.д.с. взаимной индукции, возникающей в одном контуре при изменении тока в другом контуре на единицу силы тока за единицу времени,

$$L_{12} = \frac{\varepsilon_{i1}}{\frac{dI_2}{dt}}.$$

На явлении взаимной индукции основано действие трансформатора, изобретенного русским ученым Яблочковым и усовершенствованного русским инженером Усагиным.

### Скин-эффект.

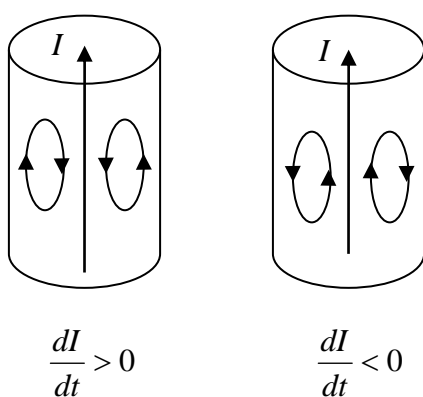


Рис. 7

При прохождении по проводнику переменного тока вихревые токи направлены таким образом, что противодействуют изменению основного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности (рис. 7). Следовательно, для переменного тока сопротивление внутренних частей проводника оказывается больше, чем внешних, ток неравномерно распределяется по сечению провода, он как бы вытесняется на поверхность. Это явление называется **скин-эффектом** (skin-кожа). Из-за скин-эффекта внутренняя часть проводников в высокочастотных цепях оказывается бесполезной, поэтому

применяют проводники в виде трубок.

## 4.3 Энергия и объемная плотность энергии магнитного поля.

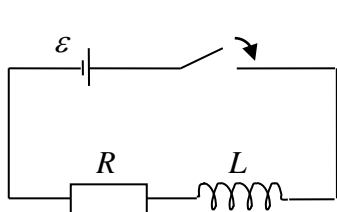


Рис. 8

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_s}{R}, \quad IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt} \quad | \times Idt \quad \text{где } \varepsilon Idt - \text{ работа постоян-}$$

$$\varepsilon Idt = I^2 R dt + LI dI,$$

ной э.д.с. за  $dt$ ;

$I^2 R dt$  - тепло, выделившееся за  $dt$ ;

$LI dI$  - работа э.д.с., затраченная на увеличение тока в катушке индуктивности, которая превращается в энергию магнитного поля катушки (рис. 8).

Следовательно, приращение энергии магнитного поля катушки-

$$dW_M = LI dI, \quad W_M = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Для длинного соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S, \quad B = \mu\mu_0 In, \quad V = l S,$$

Физика

$$W_M = \frac{\mu\mu_0 n^2 l S I^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 I n n I l S}{2} = \frac{B H V}{2}.$$

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью:

$$w = \frac{W_M}{V} = \frac{B H}{2}, \text{ это выражение справедливо только для сред, где зависимость}$$

$B(H)$  - линейная, т.е. для пара- и диамагнетиков.

## Лекция 5. Уравнения Максвелла.

### 5.1 Ток смещения.

Основные законы электрических и электромагнитных явлений: теорема Гаусса, закон полного тока, закон ЭМИ - явились обобщением экспериментальных фактов и позволяют решать основную задачу, возникающую при изучении электромагнитных явлений: по заданному распределению зарядов и токов определить в каждой точке пространства созданные ими электрические и электромагнитные поля.

В 60-х годах 19 века Д.К. Максвелл, основываясь на идеях Фарадея об электрических и электромагнитных полях, обобщил законы, установленные экспериментально, и разработал законченную теорию единого электромагнитного поля, создаваемого произвольной системой зарядов и токов. Эта теория не только сыграла исключительную роль в научном и техническом прогрессе человечества, но и явилась важным вкладом в наше мировоззрение. Была установлена неразрывная связь между электрическими, магнитными и оптическими явлениями. Постепенно на основе этой теории утверждалось представление о 2-х формах существования материи: веществе и поле.

Одним из важнейших представлений теории Максвелла является понятие о токе смещения.

Чтобы понять смысл этой величины, рассмотрим процесс прохождения переменного тока через конденсатор, например, при его разрядке. Пусть конденсатор в некоторый момент обладает зарядом  $q$ ,  $S$  - площадь пластин,  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда.

$$\sigma = \frac{q}{S} \Rightarrow q = \sigma S,$$

Внутри конденсатора существует электрическое поле:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \sigma.$$

Соединим пластины конденсатора проводником и проследим, что происходит внутри пластин и между ними (рис. 1).

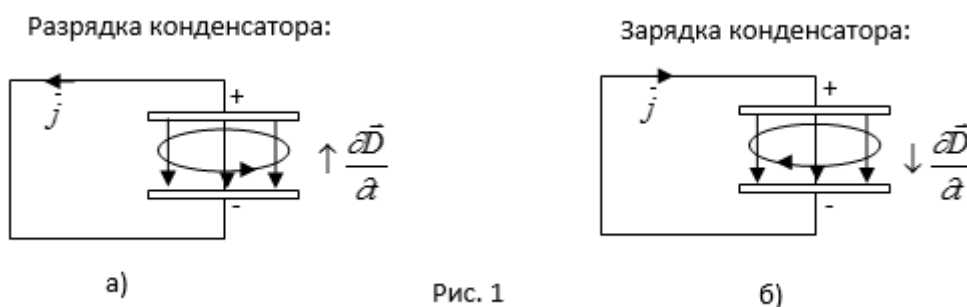


Рис. 1

Внутри пластин (обкладок) пойдет ток проводимости:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{S} \cdot \frac{d(\sigma S)}{dt} = \frac{1}{S} \cdot \frac{S d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (1)$$

Физика

Между пластинами изменяется со временем вектор электрического смещения (т.к. при прохождении тока заряд на пластинах изменяется со временем):

$$\frac{dD}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2) видим, что  $j$  внутри пластин и  $\frac{dD}{dt}$  между ними выражается одинаково, поэтому имеет смысл величину  $\frac{dD}{dt}$  тоже назвать плотностью тока между пластинами. Такой ток называли **током смещения**. Во времена Максвелла существовало представление о том, что появление в пространстве электрического поля вызывает механическое натяжение некоторой среды - эфира, в результате чего частицы эфира как бы смещаются. Под током смещения Максвелл понимал смещение гипотетических частиц эфира. И хотя впоследствии было доказано, что никакого эфира, частицы которого способны механически смещаться, не существует, представление о токе смещения осталось.

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \text{плотность тока смещения.} \quad (3)$$

Плотность тока смещения в любой точке равна скорости изменения вектора  $\vec{D}$  в этой точке. Знак частной производной указывает на то, что  $j_{см}$  определяется только быстротой изменения электрического смещения  $\vec{D}$  по времени.

Термин «ток смещения» является чисто условным. По существу ток смещения - это изменяющееся со временем электрическое поле.

Основанием для того, чтобы назвать «током» величину (3) служит лишь то, что размерность ее совпадает с размерностью плотности тока. Из всех физических свойств, присущих действительному току, ток смещения обладает лишь одним - способностью создавать магнитное поле.

Максвелл выдвинул гипотезу о том, что ток смещения, как и любой ток, образует магнитное поле. Линии этого поля в виде concentric окружностей охватывают площадку, через которую проходит ток смещения, а их направление определяется правилом правого винта. Применение электромагнитных волн в науке и технике подтвердило правильность этой гипотезы.

Как видно из рис.5, направления  $\vec{j}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ , т.е.  $\vec{j}_{см}$  всегда совпадают. Следовательно, линии тока проводимости в проводнике не обрываются на поверхности конденсатора, а непрерывно переходят в линии тока смещения между пластинами в вакууме (и диэлектрике). Благодаря току смещения любой переменный ток становится замкнутым.

В общем случае токи проводимости и смещения в пространстве не разделены, поэтому Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения. Плотность полного тока:

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

## 5.2 Первое и второе уравнения Максвелла.

I. Максвелл предположил, что переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве переменное вихревое электрическое поле (рис. 2), причем напряженность этого вихревого электрического поля связана с изменением магнитного поля следующим образом:

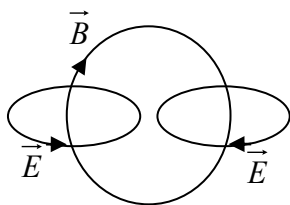


Рис. 2

$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$ , циркуляция вектора  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру равна скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром, взятой со знаком «минус».

Т.о. первое условие Максвелла в интегральной форме является обобщением закона Фарадея для электромагнитной индукции. Максвелл обобщил понятие электромагнитной индукции:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

(если контур неподвижен, операции  $\int U \frac{d}{dt}$  можно менять местами).

Поэтому 1-е уравнение Максвелла можно записать в виде:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля.

II. Магнитное поле образуется движущимися электрическими зарядами, токами проводимости и смещения. Анализируя эти факты, Максвелл пришел к выводу, что всякое изменяющееся электрическое поле порождает переменное магнитное поле (магнитоэлектрическая индукция). Максвелл обобщил закон полного тока, добавив к току проводимости ток смещения, и установил связь между напряженностью магнитного поля и величиной создающих его токов:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + I_{см}.$$

Циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и смещения, охватываемых этим контуром.

$$\text{Т.к. } I_{полн} = \int_S \vec{j}_{полн} d\vec{S} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменным электрическим полем.

Оно подтверждает неразрывность электрических и магнитных явлений. Явление порождения токами проводимости и смещения в пространстве вихревого магнитного поля называется магнитоэлектрической индукцией.

Из сравнения уравнений Максвелла следует:

1) электрическое и магнитное поля взаимосвязаны: изменение во времени электрического поля вызывает появление магнитного поля, а переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле;

2) различие в знаках правых частей уравнений Максвелла соответствует закону сохранения энергии и правилу Ленца.

Если бы знаки при  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  были одинаковы, то бесконечно малое увеличение одного из полей вызвало бы неограниченное возрастание обоих полей (и наоборот, до полного исчезновения обоих полей). Указанное различие в знаках является необходимым условием существования устойчивого электромагнитного поля.

### 5.3 Система уравнений Максвелла.

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля включает в себя теорему Гаусса для электрического и магнитного полей.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_{i \text{ в } \text{об}},$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Итак, полная система уравнений Максвелла включает 4 уравнения. Величины, входящие в эти уравнения, не являются независимыми и между ними существует связь. Поэтому система уравнений Максвелла дополняется уравнениями, которые характеризуют электрические и магнитные свойства среды. Для изотропной среды они имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}.$$

Для решения системы уравнений Максвелла необходимо также задание граничных и начальных условий для векторов  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ .

При заданных граничных и начальных условиях система уравнений Максвелла имеет единственное решение.

Воспользовавшись известными из векторного анализа теоремами Стокса и Гаусса, можно представить полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме (характеризующих поле в каждой точке пространства):

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{D} = \rho \quad \left( \rho = \frac{dq_{\text{своб}}}{dt} - \text{объемная плотность зарядов} \right),$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{B} = 0.$$

Если заряды и токи распределены в пространстве непрерывно, то обе формы эквивалентны. Однако если имеются поверхности разрыва, на которых свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей.

Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем (и наоборот), т.е. электрическое



### Физика

и магнитное поле неразрывно связаны друг с другом и образуют единое электромагнитное поле, способное распространяться в пространстве с конечной скоростью. Это позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн и создать электромагнитную теорию света.

Таким образом, теория Максвелла приводит к единой теории электрических, магнитных и оптических явлений, базирующейся на представлении об электромагнитном поле.

## Лекция 6. Электромагнитные колебания.

### 6.1 Свободные незатухающие колебания в колебательном контуре.

Среди электрических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи, электрические и магнитные поля) изменяются периодически. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний требуются определенные системы, простейшей из которых является колебательный контур.

**Колебательный контур** - это цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивностью  $L$  и конденсатора емкостью  $C$ .

Рассмотрим процесс возникновения электромагнитных колебаний в идеализированном колебательном контуре, в котором можно пренебречь сопротивлением соединительных проводов. Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряд  $q_0$  от внешнего источника (рис.1).

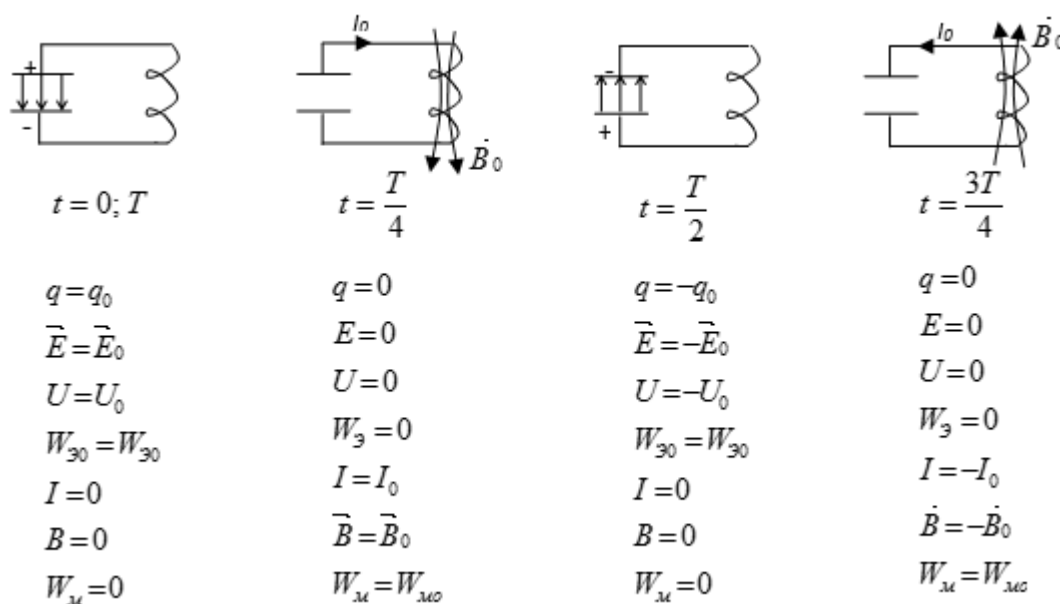


Рис.1

В заряженном колебательном контуре устанавливаются свободные колебания, называемые электромагнитными. При этом колеблются значения всех электрических и магнитных величин.

В контуре возникают электромагнитные колебания, при которых происходит превращение энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот. Рисунок 2 представляет собой график зависимости заряда конденсатора  $q$  от времени  $t$ ,  $q = q(t)$ , на котором значениям заряда в моменты времени  $t = 0; \frac{T}{4}; \frac{T}{2}; \frac{3T}{4}; T$  сопоставлены соответствующие состояния колебательного контура (а; б; в; г; д).

## Физика

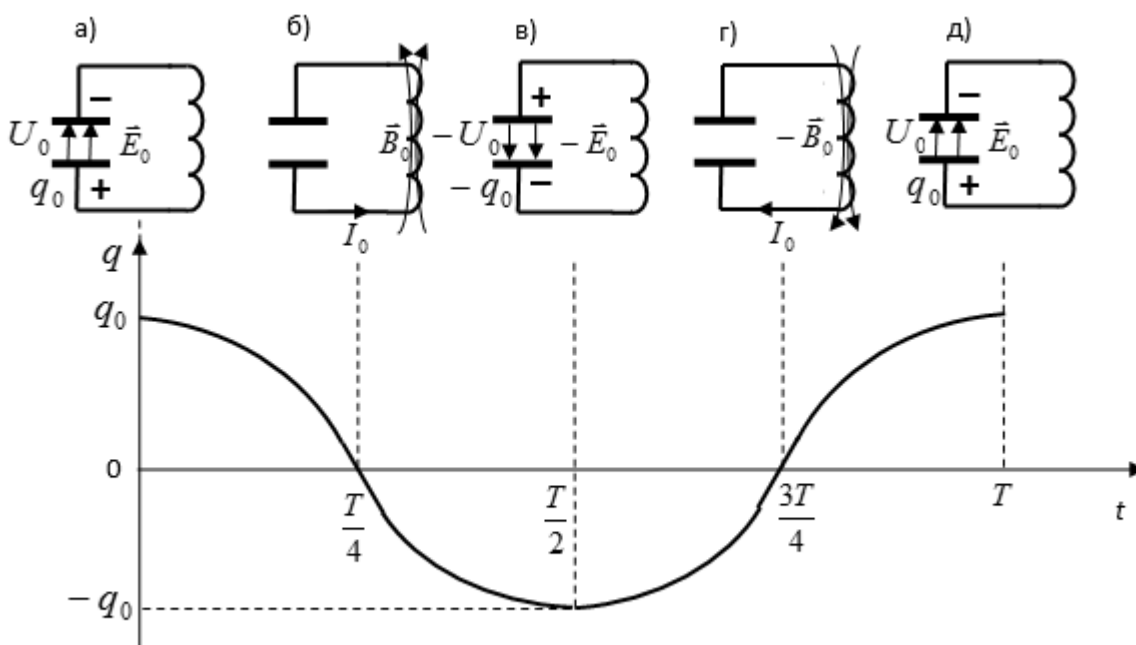


Рис.2

Электромагнитные колебания во многом подобны механическим колебаниям, т.е. подобны описывающие их уравнения и их решения.

Запишем для контура 2-е правило Кирхгофа для произвольного момента времени: сумма падений напряжений равна сумме действующих в контуре эдс. В контуре действует только одна эдс - эдс самоиндукции  $\varepsilon_s$ , а падение напряжения происходит на конденсаторе, поэтому  $U_c = \varepsilon_s$ ,

где  $U_c = \frac{q}{C}$ ,  $q$  - мгновенное значение заряда на обкладках конденсатора.

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d}{dt} \left( \frac{dq}{dt} \right) = -L \frac{d^2 q}{dt^2},$$

$$\frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2},$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Обозначим  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ ;

$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$  - **дифференциальное уравнение свободных электромагнитных колебаний.**

Решением этого уравнения является выражение  $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ .

Таким образом, в идеальном колебательном контуре (рис.3) колебания заряда происходят по гармоническому закону (рис.4).

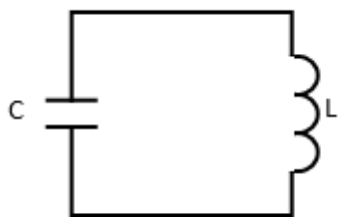


Рис. 3

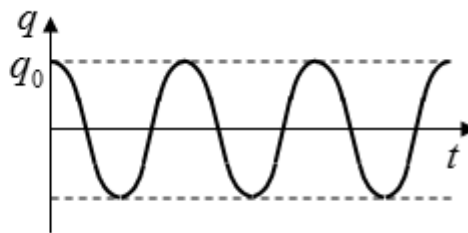


Рис. 4

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \text{ т.е. колебания}$$

тока опережают колебания заряда по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ : когда ток достигает максимального значения, заряд и напряжение обращаются в нуль (и наоборот).

Т.к.  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – собственная циклическая частота контура,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \text{ – формула Томсона.}$$

Превращение энергии в колебательном контуре:

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad W_{эл0} = \frac{q_0^2}{2C},$$

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{Lq_0^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{Lq_0^2}{2LC} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$W_{M0} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C},$$

$$W = W_{эл} + W_M = W_{эл0} = W_{M0}.$$

## 6.2 Свободные затухающие электромагнитные колебания.

Т.к. всякий проводник обладает сопротивлением, в процессе прохождения тока в колебательном контуре выделяется джоулево тепло, т.е. теряется энергия, поэтому свободные электромагнитные колебания в реальном контуре (рис. 5) всегда затухающие. Для такого контура

$U_C + U_R = \varepsilon_S$ , где  $U_R$  – падение напряжения на активном сопротивлении контура.

$$U_C = \frac{q}{C}, \quad U_R = RI = R \frac{dq}{dt}, \quad \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 q}{dt^2},$$

$$\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = -L \frac{d^2 q}{dt^2} \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

$$\text{Обозначим } \frac{R}{L} = 2\beta, \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$  - дифференциальное уравнение свободных затухающих электромагнитных колебаний.

Решением этого уравнения является выражение  $q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$ .

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  - циклическая частота собственных незатухающих колебаний;

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - циклическая частота собственных затухающих колебаний;

$q_m = q_0 e^{-\beta t}$  - закон убывания амплитуды (рис.6), где  $q_0$  - амплитуда при  $t=0$ .

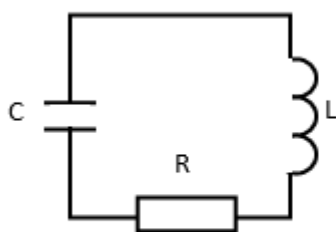


Рис. 5

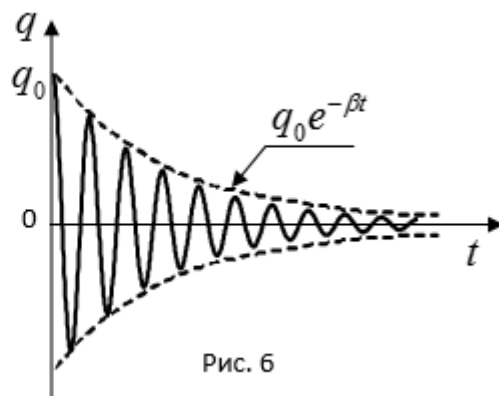


Рис. 6

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Выясним физический смысл  $\beta$ . Введем понятие **времени реакции**  $\tau$  - времени, за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

$$\frac{q_0}{q_0 e^{-\beta \tau}} = e, \quad e^{\beta \tau} = e^1, \quad \beta \tau = 1, \quad \beta = \frac{1}{\tau}.$$

Таким образом,  $\beta$  есть величина, обратная  $\tau$ .

**Логарифмический декремент затухания** - натуральный логарифм отношения 2-х амплитуд, отличающихся по времени на период.

$$\theta = \ln \frac{q_0}{q_0 e^{-\beta T}} = \beta T.$$

За время  $\tau$  система совершит  $N = \frac{\tau}{T}$  колебаний.

$$\theta = \frac{1}{\tau} \cdot T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

$N$  - число колебаний, за которые амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

Добротность характеризует способность колебательного контура к затуханию колебаний:

$$Q = \pi N = \frac{\pi}{\theta}.$$

Добротность пропорциональна числу колебаний, за которые амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

Если  $Q$  велико, колебания затухают медленно (рис.7,  $Q_1 > Q_2$ ).

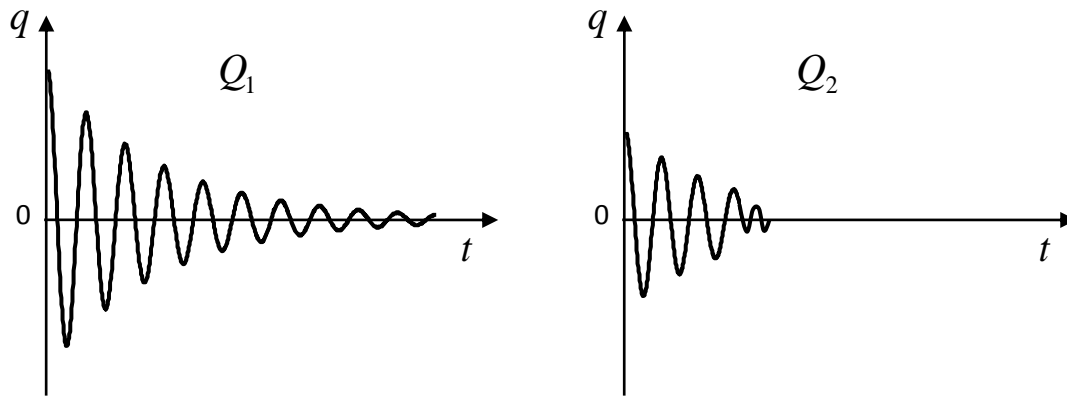


Рис. 7

### 6.3 Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс.

Свободные электромагнитные колебания происходят с частотой, определяемой параметрами контура  $C$ ,  $L$  и  $R$ , и в реальном колебательном контуре со временем затухают из-за потерь энергии. Чтобы получить незатухающие колебания, потери энергии необходимо компенсировать. Таким образом, для получения незатухающих электромагнитных колебаний необходимо ввести в контур э.д.с., периодически меняющуюся с течением времени по гармоническому закону:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t,$$

где  $\varepsilon_0$  – амплитуда э.д.с.;  $\omega$  – циклическая частота вынуждающей э.д.с.

**Вынужденными** называются электромагнитные колебания, которые происходят под действием периодически изменяющейся эдс (рис.8).

$$U_c + U_R = \varepsilon_s + \varepsilon,$$

$$\frac{q}{c} + IR = -L \frac{dI}{dt} + \varepsilon_0 \cos \omega t,$$

$$\text{т.к. } I = \frac{dq}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2},$$

$$\frac{q}{c} + R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = \varepsilon_0 \cos \omega t,$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t; \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2; \quad \frac{R}{L} = 2\beta,$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t \quad - \text{ дифференциальное уравнение вынужден-}$$

**ных электромагнитных колебаний.**

Можно доказать, что решением этого уравнения является выражение:

$$q = q_0 \cos(\omega t - \psi).$$

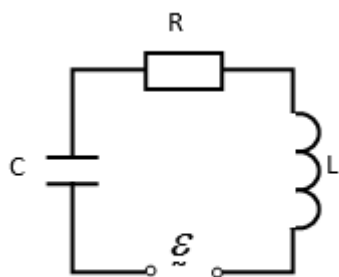


Рис. 8

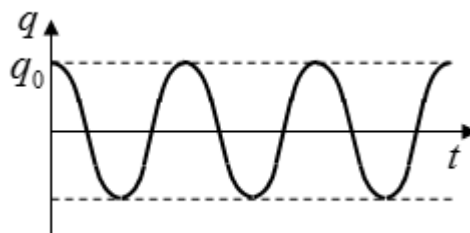


Рис. 9

Экспериментально установлено, что изменение заряда  $q$  отстает от изменения э.д.с.

$\psi$  – разность фаз колебаний  $q$  и  $\varepsilon$ .

Вынужденные колебания совершаются с такой же частотой  $\omega$ , что и колебания вынуждающей э.д.с.

На рис. 9 приведен график зависимости заряда конденсатора от времени в случае установившихся вынужденных электромагнитных колебаний.

Вынужденные колебания совершаются с такой же частотой  $\omega$ , что и вынуждающая э.д.с. Экспериментально установлено, что изменение  $q$  отстает в своем изменении от изменений э.д.с.  $\varepsilon$ ;  $\psi$  – разность фаз колебаний  $q$  и  $\varepsilon$ , сдвиг по фазе между изменением  $q$  и  $\varepsilon$ .

Амплитудное значение  $q_0$  заряда и  $\tan \psi$  определяются формулами:

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} - \omega L \right)^2}},$$

$$\tan \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}.$$

Т.к.  $q_0 = q_0(\omega)$ , можно найти  $\omega$ , при которой  $q_0 = q_{0\max}$ :

$$\frac{dq_0}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

$$q_{0\max} = \frac{\varepsilon_0}{R \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}};$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega \sin(\omega t - \psi) = q_0 \omega \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos(\omega t - \alpha),$$

где  $\alpha = \psi - \frac{\pi}{2}$  – сдвиг по фазе между изменениями  $I$  и  $\varepsilon$ .

$$I_0 = q_0 \omega = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} - \omega L \right)^2}},$$

$$\tan \alpha = \tan\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \psi = -\frac{1}{\tan \psi} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

## Физика

**Электрический резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний, когда частота вынуждающей эдс  $\omega$  приближается к собственной частоте колебательного контура  $\omega_0$ .

Чем больше сопротивление контура  $R$ , тем более полого располагается резонансная кривая (рис.10).

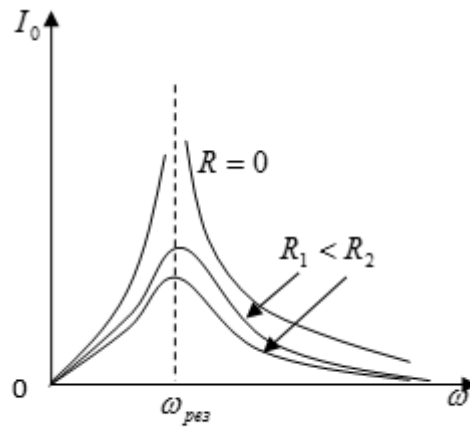


Рис. 10



## Лекция 8. Интерференция света

### 8.1 Интерференция световых волн и методы её наблюдения.

Раздел физики, в котором рассматриваются вопросы, связанные с изучением природы света, закономерностями его испускания, распространения и взаимодействия с веществом, называется оптикой.

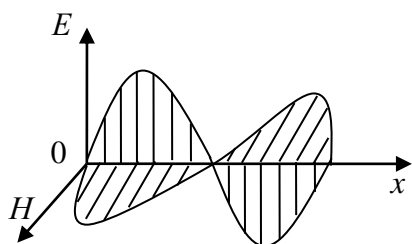


Рис. 1

В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света (явления интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии). Так как свет представляет собой электромагнитные волны, то в основе волновой оптики лежат уравнения Максвелла и вытекающие из них соотношения для электромагнитных волн.

Свет представляет собой бегущую волну, в которой напряженность электрического и магнитного полей изменяются по гармоническому закону (рис. 1). Видимый диапазон световых волн заключен в интервале  $\lambda = 400 \div 800 \text{ нм}$ .

$E$  и  $H$  изменяются по гармоническому закону:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_0),$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_0),$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $\lambda = cT$  – длина волны.

На основании опытных данных установлено, что физическое, фотохимическое и другие действия света вызываются колебаниями вектора напряженности электрического поля, поэтому вектор  $\vec{E}$  получил название светового вектора;  $E_0$  – амплитуда светового вектора.

Распространяясь, электромагнитная волна переносит энергию.  $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$  – вектор Умова-Пойнтинга, плотность потока энергии. Интенсивность света  $I$  в данной точке пространства численно равна модулю среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной:

$$I = |[\vec{E}, \vec{H}]|, \quad [I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Можно доказать, что при распространении света в однородной среде

$$I \sim nE_0^2, \quad \text{где } n = \sqrt{\epsilon\mu} - \text{показатель преломления среды.}$$

Интерференция света – это явление наложения когерентных волн, в результате которого происходит перераспределение энергии волн в пространстве и образование чередующихся максимумов и минимумов интенсивности.

Необходимое условие интерференции волн – их когерентность.

**Когерентность** – это согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

**Когерентные волны** – это волны одинаковой частоты, колебания в которых происходят с постоянной разностью фаз.

Пусть две когерентные монохроматические волны накладываются друг на друга в некоторой точке пространства.

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Согласно принципу суперпозиции  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . С помощью метода векторных диаграмм получим соотношение, позволяющее определить амплитудное значение  $E_0$  вектора  $\vec{E}$  (рис. 2).

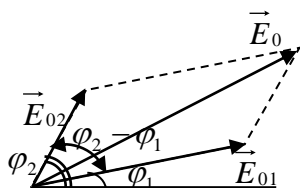


Рис. 2

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Обозначим:  $\varphi_2 - \varphi_1 = \delta$ .

Так как интенсивность результирующей волны

$$I \sim nE_0^2, \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta.$$

В точках пространства, для которых:

а)  $\cos \delta > 0, I > I_1 + I_2$ ;

б)  $\cos \delta < 0, I < I_1 + I_2$ .

Если  $I_1 = I_2$ , возможны два крайних случая:

а)  $\cos \delta = 1, I_{\max} = 4I_1$ ;

б)  $\cos \delta = -1, I_{\min} = 0$ .

Для некогерентных волн разность  $\varphi_2 - \varphi_1$  непрерывно меняется, среднее во времени значение  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  равно нулю, и интенсивность результирующей волны всюду одинакова:

$$I = I_1 + I_2.$$

Трудность наблюдения интерференции обусловлена тем, что световые волны, излучаемые различными независимыми друг от друга источниками света всегда некогерентны, поскольку атомы этих источников испускают свет в разных непрерывно меняющихся фазах. Отдельные атомы излучают цуги волн длительностью порядка  $10^{-8}$ с и протяженностью около 3 м.

**Цуг волн** называется последовательность гребней и впадин волны, излучаемых одним возбужденным атомом.

**Фаза нового цуга** никак не связана с фазой предыдущего.

Когерентные световые волны можно получать, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, наблюдается интерференция. Область, в которой перекрываются когерентные волны, называется полем интерференции.

Один из первых способов получения когерентных световых волн предложил французский физик Огюст Френкель.

**1.Бипризма Френеля** представляет собой изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углами и имеющие общее основание (рис. 3). Волновой фронт света, исходящего от источника  $S$ , с помощью призм разделяется на 2 части, представляющие собой когерентные световые волны, исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , лежащих в одной плоскости с  $S$ .

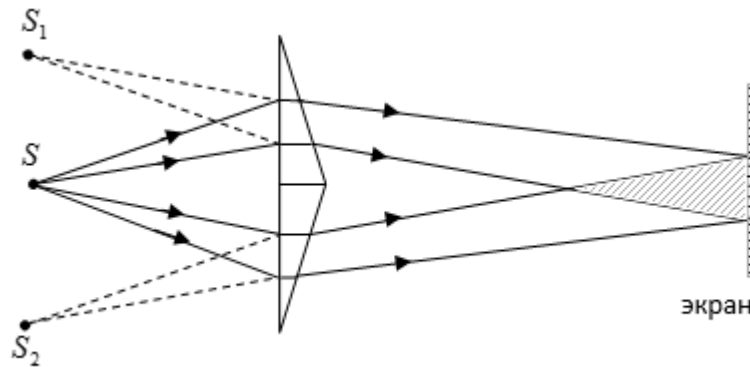


Рис. 3

## 2.Зеркала Френеля.

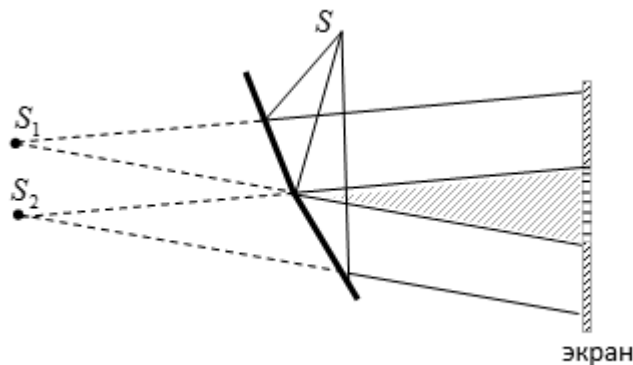


Рис. 4

Используются два плоских соприкасающихся зеркала, составляющих друг с другом угол, близкий к  $180^\circ$ . С помощью этих зеркал световая волна разбивается на 2 когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы исходили от 2-х мнимых когерентных источников света  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 4).

## 8.2 Интерференция света от двух когерентных источников. Условия наблюдения максимумов и минимумов.

Представим себе, что две когерентные волны, испущенные точечными когерентными источниками  $S_1$  и  $S_2$ , накладываются друг на друга в точке  $M$ . Первая волна в среде с показателем преломления  $n_1$  прошла путь  $\ell_1$ , а вторая – путь  $\ell_2$  в среде с показателем преломления  $n_2$  (рис. 5). Выясним условия, определяющие интерференционный максимум или минимум в данной точке.

## Физика

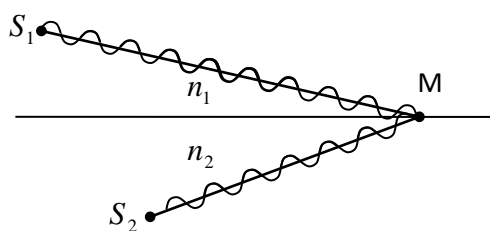


Рис. 5

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t - k_1 \ell_1),$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t - k_2 \ell_2).$$

Разность фаз колебаний, возбуждаемых этими волнами в точке М, равна

$$\delta = (\omega t - k_1 \ell_1) - (\omega t - k_2 \ell_2) = k_2 \ell_2 - k_1 \ell_1.$$

Учитывая, что  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$ ,  $\lambda_1 = v_1 T = \frac{c}{n_1} \cdot T$ ,

$$k_1 = \frac{2\pi n_1}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_1, \text{ где } \lambda_0 = cT - \text{длина светового волна в вакууме.}$$

вой волны в вакууме.

$$\text{Аналогично, } k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2.$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 \ell_2 - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 \ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 \ell_2 - n_1 \ell_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \text{ где:}$$

$\ell$  – геометрическая длина пути;

$L = n\ell$  – оптическая длина пути;

$\Delta = L_2 - L_1$  – оптическая разность хода.

Оптическая длина пути  $L$  равна произведению геометрической длины пройденного волной пути  $\ell$  на показатель преломления  $n$  среды, в которой распространяется свет. Оптическая разность хода равна разности оптических длин пройденных волнами путей.

Как было ранее показано, интенсивность результирующей волны определяется выражением

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \text{ где } \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta.$$

Максимум интерференции наблюдается в точках, для которых  $\cos \delta = 1$ , что соответствует условию:

$$\delta = \pm 2\pi m, \quad \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pm 2\pi m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

$\Delta = \pm m \lambda_0$  – **условие наблюдения максимумов при интерференции.**

Если в оптической разности хода световых лучей до данной точки укладывается целое число длин волн в вакууме  $\lambda_0$ , то в этой точке пространства наблюдается **интерференционный максимум.**

Минимум интерференции соответствует условию:

$$\cos \delta = -1, \quad \delta = \pm (2m + 1)\pi, \quad \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pm (2m + 1)\pi,$$

$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$  – **условие наблюдения минимумов при интерференции.**

Если в оптической разности хода световых лучей до данной точки укладывается нечетное число длин полуволен в вакууме  $\frac{\lambda_0}{2}$ , то в этой точке пространства наблюдается **интерференционный минимум.**

Для монохроматического света на экране будет ряд чередующихся темных и светлых полос. При белом свете на экране светлые полосы будут цветными (за исключением центральной для  $m = 0$ ), которые своим фиолетовым краем обращены к центру интерференционной картины.

При отражении световой волны от границы раздела среды оптически менее плотной со средой оптически более плотной (воздух-стекло) фаза колебаний светового вектора изменяется на  $\pi$ , что соответствует прибавлению  $\frac{\lambda_0}{2}$  в выражении для  $\Delta$ ; при отражении от оптически менее плотной среды (стекло-воздух) такого изменения фазы не происходит.

### 8.3 Интерференция в тонких пленках. Кольца Ньютона.

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающее в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки. Если пленка имеет переменную толщину, то на её поверхности наблюдаются полосы, отмечающие участки с постоянной толщиной, которые называются полосами равной толщины. Полосы равной толщины наблюдаются у поверхности пленки, поскольку лучи из такой пленки выходят под разными углами и пересекаются непосредственно у поверхности. Соседние полосы соответствуют толщинам, отличающиеся друг от друга на величину порядка  $\lambda$ . Поэтому, подсчитав число полос равной толщины, можно определить изменение толщины пленки, вычислить размеры неровностей. Если неровность имеет форму впадины или выпуклости, то полосы равной толщины имеют форму колец, а если пленка имеет форму клина, то они будут параллельными прямыми. Такие полосы можно наблюдать на вертикальных мыльных пленках, на пленках нефти и масла, разлитых по воде. Если свет не монохроматический, то полосы будут цветными.

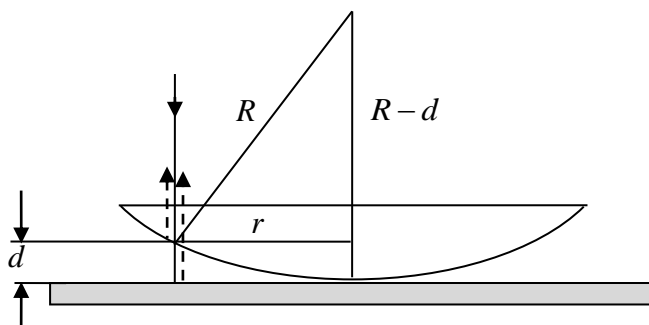


Рис. 6

Впервые полосы равной толщины от клина были описаны Ньютоном. Плосковыпуклая линза очень большого радиуса кривизны прижимается выпуклой стороной к плоской пластине так, чтобы между ними образовался воздушный зазор переменной толщины – воздушный клин. Роль тонкой пленки, от поверхностей которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластиной и линзой (рис. 6). При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей.

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом потери полуволны при отражении и для  $n = 1$ )

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2}, \quad d = \frac{\Delta}{2} - \frac{\lambda_0}{4},$$

где  $d$  – ширина зазора.

Как видно из рис. 6,

$$R^2 = r^2 + (R - d)^2, \quad r^2 = 2Rd - d^2,$$

где  $R$  - радиус кривизны линзы,  $r$  - радиус кольца.

Т.к.  $d^2 \ll 2Rd$ ,  $r^2 = 2Rd$ ,  $r = \sqrt{2Rd}$ .

При наблюдении максимума  $\Delta = m\lambda_0$ , поэтому **радиус светлого кольца** определяется формулой  $r_{\text{св}} = \sqrt{2R \left( \frac{m\lambda_0}{2} - \frac{\lambda_0}{4} \right)} = \sqrt{(2m-1)R \cdot \frac{\lambda_0}{2}}$ .

При наблюдении минимума  $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ , **радиус темного кольца** определяется формулой  $r_{\text{темн}} = \sqrt{2R \left( (2m+1) \cdot \frac{\lambda_0}{4} - \frac{\lambda_0}{4} \right)} = \sqrt{mR\lambda_0}$ .

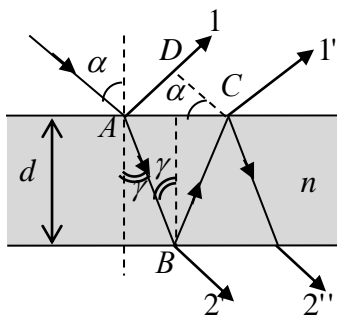
При наблюдении в проходящем свете эти выражения для  $r_{\text{св}}$  и  $r_{\text{темн}}$  взаимно меняются.

#### Применение интерференции:

- а) для измерения длин световых волн (измеряя радиусы колец Ньютона);
- б) явление интерференции лежит в основе просветления оптики;
- в) явление интерференции положено в основу метода контроля качества изготовления поверхностей зеркал, линз, призм и т.д.; так, например, симметричность и правильность колец Ньютона свидетельствует о высокой точности изготовления и шлифовки линз;
- г) для создания самолетов – "невидимок";
- д) для создания высокоотражающих покрытий на основе многолучевой интерференции.

#### Интерференция в плоскопараллельной пластине.

В отраженном свете для плоскопараллельной пластины (рис. 7):



$$\Delta = n(AB + BC) - AD - \frac{\lambda_0}{2};$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n \Rightarrow \sin \alpha = n \sin \gamma,$$

$$AB = BC = \frac{d}{\cos \gamma}, \quad AD = AC \sin \alpha = 2d \tan \gamma \cdot \sin \alpha = \frac{2dn \sin^2 \gamma}{\cos \gamma},$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos \gamma} - \frac{2dn \sin^2 \gamma}{\cos \gamma} - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn}{\cos \gamma} \cos^2 \gamma - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn \cos \gamma - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Условия max :  $2dn \cos \gamma = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ ,  $m = 0, 1, \dots$ ; min :  $2dn \cos \gamma = m\lambda_0$ ,  $m = 1, 2, \dots$

## Лекция 9. Дифракция света

### 9.1 Дифракцией света

Дифракцией света называется явление отклонения света от прямолинейного распространения, когда свет, огибая препятствие, заходит в область геометрической тени.

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть дифракцией.

Наблюдение дифракции можно осуществить, если на пути световой волны поместить непрозрачную преграду с отверстием, размеры которого соизмеримы с  $\lambda$  ( $a \sim \lambda$ ) (рис. 1а). На экране, расположенном за преградой, будет наблюдаться световое пятно с рядом темных и светлых колец, значительно превышающее размеры геометрической тени (г.т.) отверстия на экране. Если  $a \gg \lambda$ , выполняются законы геометрической оптики (рис. 1б).

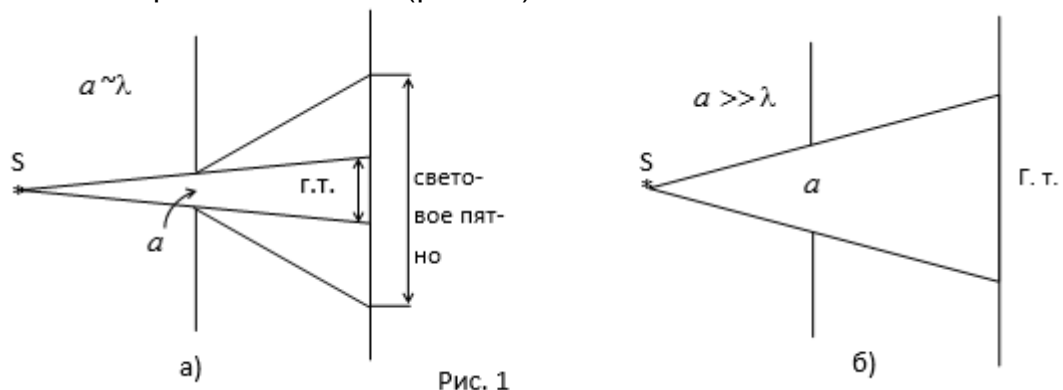


Рис. 1

**Различают два вида дифракции:**

**1) дифракция Фраунгофера** (дифракция в параллельных лучах) – если источник света и точка наблюдения расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие и идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельный пучок;

**2) дифракция Френеля** – если данное условие не выполняется.

Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса. Принцип Гюйгенса позволяет решать задачи о распространении волнового фронта (рис. 2), но не отвечает на вопрос об интенсивности волн, идущих по различным направлениям. Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства.



## Физика

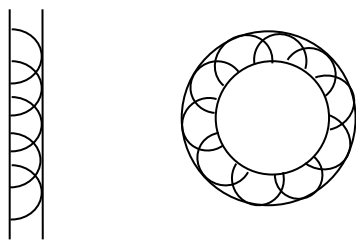


Рис. 2

Развитый таким образом принцип получил название принципа Гюйгенса-Френеля.

**Принцип Гюйгенса-Френеля:** каждая точка фронта волны является источником когерентных вторичных сферических волн, интерференция которых определяет результирующую волну в следующий момент времени. Амплитуда вторичной сферической волны пропорциональна величине площади волновой поверхности, излучающей эту волну. Максимум излучения вторичных

волн происходит в направлении нормали к волновой поверхности.

В общем случае нахождение амплитуды результирующего колебания представляет собой сложную задачу. Однако, как показал Френель, в случаях, обладающих симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено более простым методом, разработанным Френелем и получившим название метода зон Френеля.

Определим методом Френеля амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке  $M$  сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника  $S$  (рис. 3). Действие источника света  $S$  заменяется действием вспомогательных источников, расположенных на одной из волновых (любой) поверхностей  $S'$ . Поверхность  $S'$  разбивается на кольцевые зоны Френеля таким образом, чтобы расстояния от границ зоны до точки  $M$  отличались на  $\lambda/2$ . Если расстояние от волновой поверхности  $S'$  до точки  $M$  равно  $r_0$ , то для построения зон проводятся из точки  $M$  сферы радиусами

$$r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2} \quad (k=1,2,3,\dots).$$

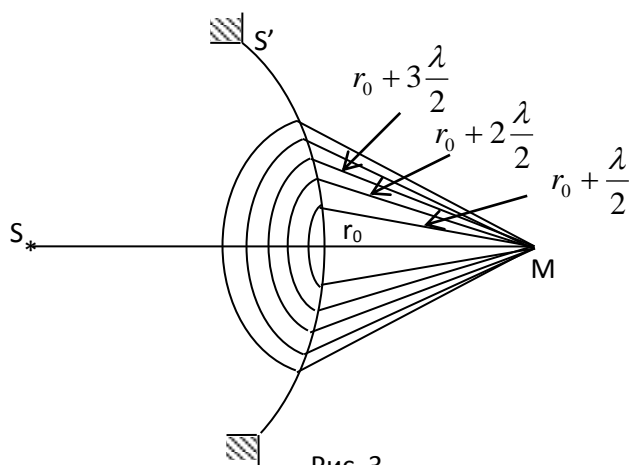


Рис. 3

Пересечение этих сфер с волновой поверхностью  $S'$  определяет границы зон Френеля, выделяемых на этой поверхности. Вычисление площади этих зон показывает, что площади всех зон Френеля примерно одинаковы.

Окончательный результат получается сложением действий каждой зоны в точке  $M$ , причем учитывается, что:

1. действие соседних зон ослабляет друг друга, т.к. эти зоны посылают в точку  $M$  колебания в противофазе;
2. действие зоны уменьшается с увеличением угла между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку  $M$ .

Поэтому амплитуды колебаний  $A_1, A_2, \dots$ , создаваемые первой, второй и т.д. зонами в точке  $M$ , связаны неравенствами:

$$A_1 > A_2 > A_3 \dots$$

Амплитуда результирующего колебания в точке  $M$  может быть представлена в виде



$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Все амплитуды от нечётных зон входят с одним знаком, а от чётных зон – с другим.

Запишем это уравнение в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближённо считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тогда выражения в скобках будут равны нулю,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

+ при  $m$  - нечётном, – при  $m$  - чётном .

Амплитуда, создаваемая в точке  $M$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной, если число зон велико и  $A_m$  – ничтожно мало.

Если в некотором отверстии, до которого дошел фронт волны, поместится четное число зон Френеля, в точке  $M$  будет наблюдаться темное пятно, окруженное чередующимися световыми и темными кольцами. Если в отверстии помещается нечетное число зон Френеля, в точке  $M$  будет светлое пятно.

Если на пути световой волны поставить зонную пластинку, которая бы перекрывала все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке  $M$  резко возрастет.

Метод зон Френеля позволяет решить ряд практических задач на дифракцию света.

## 9.2 Дифракция Фраунгофера на щели.

Рассмотрим случай, когда на узкую щель шириной «а» падает нормально плоская световая монохроматическая волна (рис. 4,а). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, все точки щели являются источниками вторичных волн, которые, интерферируя, распространяются от щели по всем направлениям. Будет наблюдаться дифракция. Для расчета дифракционной картины используем метод зон Френеля. Из общего потока лучей, выходящих из щели, рассмотрим лучи, идущие под некоторым углом  $\varphi$  (углом дифракции) к направлению падающего светового потока. Они соберутся линзой  $L$  в некоторой точке  $M$  экрана. Результат наложения может быть различен. Разобьём волновую поверхность  $AB$  на зоны Френеля для данного направления  $\varphi$ .

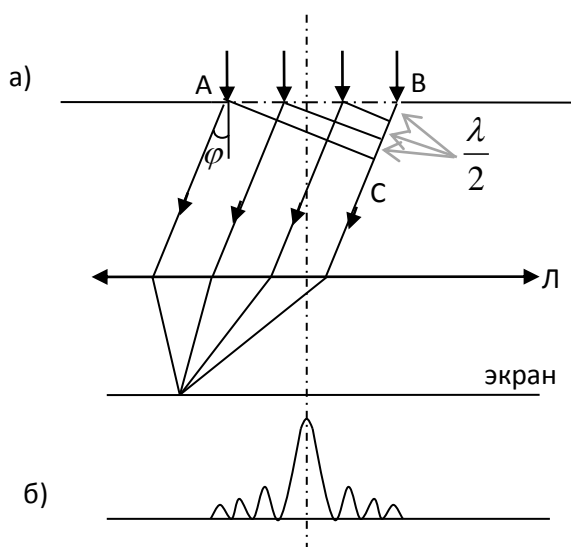


Рис. 4

Для этого отрезок  $BC$ , определяющий разность хода лучей, исходящих из краев щели, разделим на ряд отрезков длиной  $\lambda/2$ , из конца которых проведем линии, параллельные  $AC$ . В результате фронт волны в щели оказался разбит на ряд полосок одинаковой ширины, являющихся зонами Френеля для данного направления  $\varphi$ . Если  $BC$  содержит четное число полуволн, то фронт волны  $AB$  содержат четное число зон Френеля, в точке  $M$  будет темная полоса, поскольку волны от соседних зон погасят друг друга. Если отрезок  $BC$  содержит нечетное число длин полуволн, в точке  $M$  – светлая полоса,

т.к. свет одной из зон окажется непогашенным.

$$BC = a \sin \varphi,$$

$$a \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ – условие максимума, } m=1,2,3,\dots$$

$$a \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ – условие минимума.}$$

На экране наблюдается чередование максимумов и минимумов интенсивности с центральной светлой полосой посередине (центральным максимумом), т.к. угол  $\varphi$  можно откладывать влево и вправо от направления падающего луча (рис. 4, б). В направлении  $\varphi = 0$  все точки волновой поверхности дадут волны, приходящие на экран в одной фазе и усиливающие друг друга. Следовательно, в точке, расположенной против центра щели, всегда будет максимум света для любой длины волны.

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, график её зависимости представлен на рисунке 4, б. Для случая монохроматического света на экране по обе стороны от центрального максимума наблюдается чередование минимумов и максимумов с убыванием интенсивности по мере удаления от центрального. При освещении щели белым светом условия максимумов одного порядка для различных  $\lambda$  выполняется при разных  $\varphi$  (кроме центрального), поэтому слева и справа от центрального максимума наблюдаются дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д., порядков (фиолетовый край обращен к центру).

При  $a = \lambda/2$  на экране наблюдается одна яркая полоса. Максимальное число полос

$$Z = \frac{a}{\lambda/2}.$$

### 9.3 Дифракция на дифракционной решетке.

**Дифракционной решеткой** называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей. Общая ширина щели и непрозрачного промежутка называется постоянной (или периодом) решетки  $d$ .

$$d = a + b.$$

Прозрачные дифракционные решетки обычно изготавливаются из стеклянных или кварцевых пластин, на поверхность которых наносится алмазным резцом ряд параллельных штрихов. Первые дифракционные решетки были изготовлены Фраунгофером в 1821г. и содержали 14 штрихов на 1мм.

Если на решетку нормально к её поверхности падает плоская монохроматическая волна с длиной  $\lambda$ , то в центральную точку экрана линзой Л соберутся лучи, для которых угол дифракции  $\varphi_0 = 0$ , амплитуды их волн сложатся арифметически, и интенсивность центрального максимума будет наибольшей.

Лучи, идущие под углом  $\varphi$  к первоначальному направлению от соответствующих мест каждой из двух соседних щелей, обладают разностью хода  $d \sin \varphi$  (рис. 5). Волны усиливают друг друга, если эта разность хода равна целому числу длин волн.

Условие главных максимумов:

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ – порядок максимума}$$

При  $m=0$  имеем центральный максимум в точке 0, при  $m=1$  – имеем два максимума 1-го порядка, симметрично расположенные относительно центрального, и т.д.

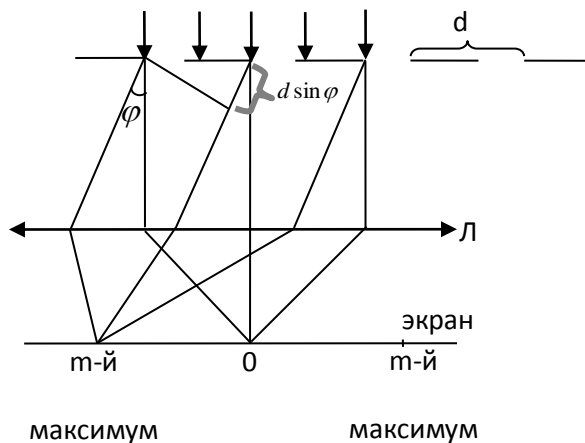


Рис. 5

Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при  $N$  щелях, т.е. главные минимумы интенсивности определяются условием

$$a \sin \varphi = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ или}$$

$$a \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т.е. возникнут дополнительные минимумы.

Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода лучей  $\lambda/2, 3\lambda/2$  и т.д.

Условие дополнительных минимумов:

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N} \quad (m' \neq 0, N, 2N, \dots), \text{ где } m' \text{ может принимать все целочисленные}$$

значения, кроме  $0, N, 2N, \dots$ , т.е. кроме тех, при которых данное условие переходит в условие главных максимумов.

## Физика

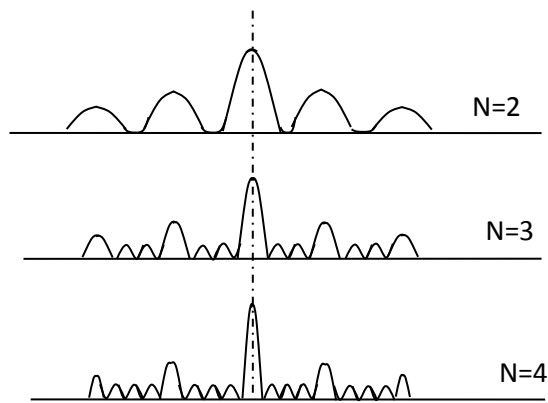


Рис. 6

В случае  $N$  щелей между соседними главными максимумами располагается  $N-1$  дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон. Чем больше щелей  $N$ , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем более интенсивными и более острыми будут максимумы (рис.6).

При пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m=0$ ), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины. Это позволяет использовать дифракционную решетку как спектральный прибор для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов).

## Лекция 10. Дисперсия и поляризация света

### 10.1 Нормальная и аномальная дисперсии.

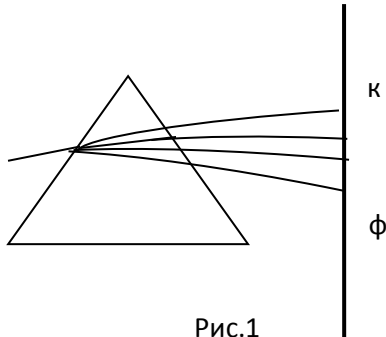


Рис.1

Явление дисперсии можно наблюдать, если пропустить белый свет через призму. При этом белый свет разлагается на составляющие и на экране наблюдается дисперсионный спектр, состоящий из непрерывно переходящих один в другой спектральных цветов. Впервые исследования такого типа были проделаны Ньютоном в 1672г. Он выделил семь основных цветов. Смена цвета происходит непрерывно и содержит множество полутонов. Разделение спектра на цвета является условным. Каждому

цвету соответствует определенный диапазон длин волн. Опыт показал, что больше всего преломляются фиолетовые лучи и меньше всего – красные (рис.1).

*Нормальная дисперсия*

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}; \sin \alpha = \text{const}; n = \frac{\text{const}}{\sin \gamma}.$$

Т.к.  $\gamma$  – различные, следовательно,  $n$  – различные,  $n=f(\lambda)$ .

$$\lambda_{\text{кр}} \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \lambda_{\text{ф}} \approx 4 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$n = \frac{c}{v}, v = \frac{c}{n} \Rightarrow v = f(\lambda).$$

**Дисперсией света** называется зависимость фазовой скорости распространения волны или показателя преломления среды от длины волны:

$$v = f(\lambda), \quad n = f(\lambda) - \text{дисперсия света.}$$

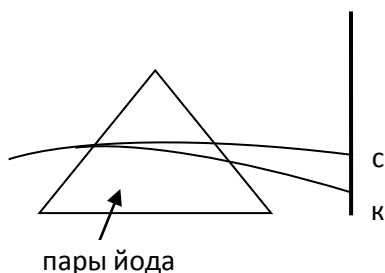
**Дисперсией вещества** называется величина, определяющая скорость изменения показателя преломления с изменением длины волны:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} - \text{дисперсия вещества.}$$

Дисперсия называется **нормальной**, если волны большей длины распространяются с большей фазовой скоростью.

$$\lambda_{\text{кр}} > \lambda_{\text{ф}}, \quad v_{\text{кр}} > v_{\text{ф}},$$

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0, \quad \frac{dn}{d\lambda} < 0 - \text{нормальная дисперсия.}$$



пары йода

Рис. 2

Для большинства прозрачных веществ в видимой части спектра наблюдается нормальная дисперсия, т.е. с увеличением длины волны показатель преломления убывает,  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ .

В 1862г. Леру обнаружил аномальную зависимость  $n$  от  $\lambda$  – возрастание  $n$  с увеличением  $\lambda$ , т.е.

$\frac{dn}{d\lambda} > 0$ . Он установил, что при прохождении света через полую призму, наполненную парами йода, синие лучи преломляются меньше, чем красные (рис. 2). Такое явление Леру называл аномальной дисперсией.

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0, \quad \frac{dn}{d\lambda} > 0 \text{ – аномальная дисперсия.}$$

Дисперсия называется **аномальной**, если волны большей длины распространяются с меньшей фазовой скоростью.

На рисунке 3 приведен график зависимости показателя преломления  $n$  и линейного коэффициента поглощения  $\alpha$  от длины волны. В области длин волн, интенсивно поглощаемых (участок  $bc$ ), наблюдается аномальная дисперсия. Нормальная дисперсия наблюдается на участках  $ab$  и  $cd$ . Аналогичная зависимость наблюдалась и для других веществ (паров натрия и т.д.).

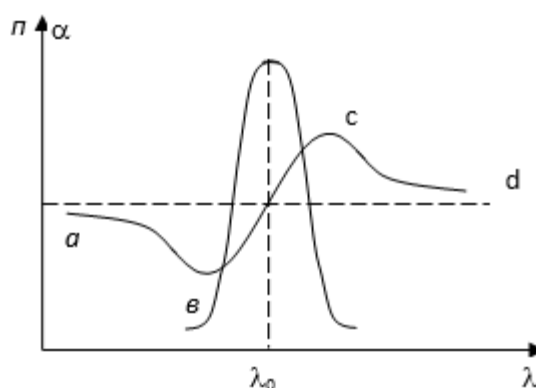


Рис. 3

У всех без исключения веществ существуют области аномальной дисперсии, однако не всегда они находятся в видимой части спектра. Аномальная дисперсия наблюдается: для стекла – в области около  $3500 \text{ \AA}$ , для кварца  $1900 \text{ \AA}$ .

Кундт, проводя более тщательные опыты, установил, что явление аномальной дисперсии связано с поглощением света, т.е. аномальная дисперсия происходит непосредственно в области полос поглощения (рис. 3).

**Поглощением** (абсорбцией) света называется явление уменьшения энергии световой волны, проходящей через вещество, вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или энергию вторичного излучения других направлений и спектрального состава.

Поглощение света в веществе описывается **законом Бугера**:

$$I = I_0 e^{-\alpha l},$$

где  $I_0, I$  – интенсивность плоской монохроматической волны на входе и выходе;

$l$  – толщина слоя вещества;

$\alpha$  – линейный коэффициент поглощения.

$\alpha$  зависит от  $\lambda$ , химического состава и состояния вещества и не зависит от интенсивности.

## Физика

Если источник света излучает всевозможные длины волн, то в зависимости от свойств среды поглощение происходит в отдельных узких или широких интервалах длин волн, т.е. существуют отдельные полосы поглощения.

Вообще для каждого вещества существует не одна, а несколько областей или полос поглощения. Поэтому полная дисперсионная картина вещества состоит из областей аномальной дисперсии, соответствующих областям внутри полос поглощения, и областей нормальной дисперсии, расположенных между полосами поглощения.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняет окрашенность поглощающих тел. Стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие при освещении белым светом кажется красным. Если на него направить зеленый и синий свет, оно будет казаться черным. Это явление используется для изготовления светофильтров, которые в зависимости от хим. состава стекла с добавками различных солей и т.п. пропускают свет определенных длин волн, поглощая остальные.

Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок окружающего мира.

Явление поглощения широко используется в абсорбционном спектральном анализе смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования вещества.

Классическая теория дисперсии (электронная), предложенная впервые Г.А. Лоренцем, объясняет дисперсию взаимодействием электромагнитной волны с электронами вещества. Под действием падающей на вещество электромагнитной волны электроны совершают вынужденные колебания с частотой падающей волны  $\omega$  и испускают вторичные электромагнитные волны, складывающиеся с первичной волной, что приводит к изменению фаз и амплитуды результирующей волны по сравнению с первичной.

Волны частот, совпадающих с собственными частотами  $\omega_{01}, \omega_{02}, \dots, \omega_n$  колебаний электронов вещества, вызывают резонансные колебания этих частиц. Когда вынуждающая частота электромагнитной волны станет равна одной из собственных частот  $\omega_{0i}$ , амплитуда колебаний электронов станет наибольшей, наступит электрический резонанс. Колебания электронов резко усилятся, что приведет к возрастанию внутренней энергии среды, в которой распространяется волна, за счет энергии электромагнитной волны, которая, соответственно, резко уменьшится. При этом скорость волны в среде уменьшится, следовательно, показатель преломления среды возрастет (участок *bc* – аномальная дисперсия). При переходе через резонансную частоту амплитуда вынужденных колебаний электронов резко падает, поглощение энергии волны веществом уменьшается, вследствие чего скорость электромагнитной волны резко возрастает, а показатель преломления среды уменьшается (участок *cd*). Поскольку у вещества несколько резонанс-



ных частот  $\omega_{0i}$ , на графике  $n=f(\omega)$  широкие области нормальной дисперсии перемежаются узкими участками аномальной дисперсии.

Волны резонансных частот  $\omega_{0i}$  сильно поглощаются средой, поэтому в спектре света, прошедшего среду, на местах, соответствующих волнам указанных частот, наблюдаются темные полосы поглощения.

Вследствие поглощения энергии эл. м. волны при резонансе частот у некоторых веществ наблюдается сильное искажение их прозрачности вблизи области аномальной дисперсии, поскольку резонанс наблюдается непосредственно перед аномальной дисперсией. Наблюдение такого понижения прозрачности позволяет по известной частоте эл. м. волны вычислить собственные частоты колебаний электронов в атомах вещества и по ним определить положение энергетических уровней электронов. Метод определения энергетических уровней с помощью наблюдения аномальной дисперсии был предложен российским ученым акад. О.С. Рождественским, что дало возможность получить важные данные в области теории строения атома и систематики атомных спектров.

Таким образом, дисперсия объясняется волновой природой света и является результатом взаимодействия электромагнитных волн с электронами атомов. Поэтому дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории света и электронной теории вещества.

## 10.2 Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера.

Световая волна, излучаемая естественным источником света, является результатом сложения множества электромагнитных волн, испускаемых отдельными атомами данного источника. И направление колебания светового вектора  $\vec{E}$  волны, излучаемой каждым атомом, различно и ориентировано случайным образом. Поэтому в результирующей волне вектор  $\vec{E}$  колеблется с одинаковой вероятностью во всех направлениях, перпендикулярных лучу, характеризующему направление распространения света.

То естественный свет представляет собой электромагнитную волну, в которой колебания светового вектора происходят во всех возможных направлениях перпендикулярно световому лучу (рис.4)

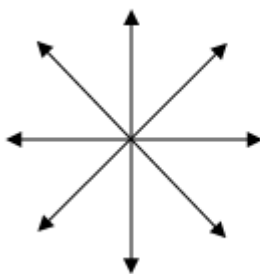


Рис. 4



Рис. 5

Свет, в котором направление колебаний вектора  $\vec{E}$  упорядочены каким - либо образом, называется **поляризованным**.



Поляризацией света называется выделение из пучка естественного света лучей, поляризованных определенным образом.

Различают три вида поляризации, она бывает:

- а) линейная (плоская);
- б) круговая;
- в) эллиптическая.

Поляризация возможна только у поперечных волн. Если колебания светового вектора осуществляется только в одной плоскости, свет называется плоско - поляризованным (рис.5).

Плоскость, в которой происходят колебания светового вектора, называется плоскостью поляризации. Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется частично поляризованным. Примером может служить эллиптически поляризованный свет, световой вектор результирующего колебания в этом случае изменяется со временем так, что конец его описывает эллипс.

Поляризация света наблюдается при отражении и преломлении естественного света, а также при прохождении его через анизотропные среды.

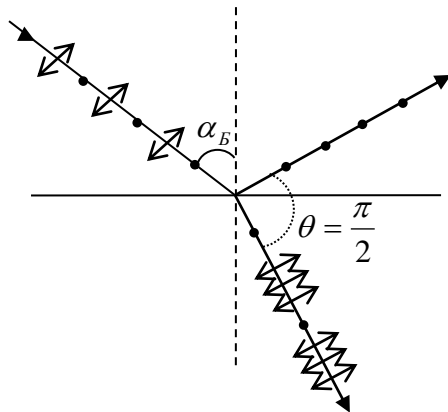


Рис. 6

При падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков (воздух – стекло) имеет место преломление и отражение света. Исследования показывают что преломленный и отраженный лучи являются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания  $\vec{E}$ , перпендикулярные плоскости падения.

В преломленном луче преобладают колебания  $\vec{E}$ , параллельные плоскости падения.

Оказалось, что степень поляризации зависит от угла падения и при удовлетворении условия  $\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}$ , где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой;  $\alpha_B$  – угол Брюстера, отраженный луч полностью поляризован в плоскости падения; поляризация преломленного луча является частичной.

**Закон Брюстера:** луч отраженный будет полностью поляризован, если тангенс угла падения равен относительному коэффициенту преломления среды, от границы которой происходит отражение.

При этом отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Докажем это.

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B}, \quad n_{21} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \gamma}, \quad \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \gamma}, \quad \cos \alpha_B = \sin \gamma.$$

$$\cos \alpha_B = \cos [180^\circ - (\gamma + \theta)] = \sin \gamma, \text{ что возможно при условии } \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Физическая суть явлений, приводящих к поляризации, состоит в следующем. Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, возбуждает вынужденные колебания электронов, входящих в состав атомов. Колеблющиеся электроны излу-

чают вторичные электромагнитные волны, которые, накладываясь друг на друга, дают отражённую волну вне диэлектрика. Преломленная волна получается в результате сложения первичной волны с вторичными волнами.

Колебания светового вектора  $\vec{E}$  в падающей естественной световой волне можно представить как результат сложения двух колебаний, совершающихся в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рис.7): в плоскости падения и перпендикулярно ей. Так как вынужденные колебания электронов происходят в направлении вектора  $\vec{E}$  ( $\vec{F}_{эл} = -e\vec{E}$ ), то колебания электронов также можно рассматривать как происходящее в этих двух взаимно перпендикулярных направлениях, каждому из которых соответствует плоскополяризованная вторичная волна. Известно, что излучение колеблющегося заряда имеет направленный характер: сильнее всего заряд излучает в направлениях, перпендикулярных к направлению

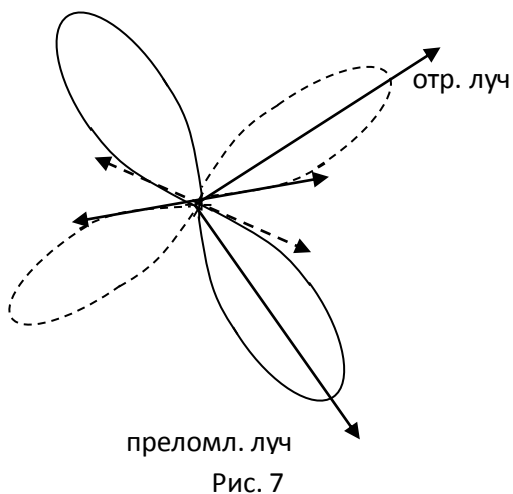


Рис. 7

колебаний, в направлении колебаний заряд не излучает. Из анализа диаграмм направленности следует, что в направлении отраженного луча преобладает интенсивность волны, в которой  $\vec{E}$  колеблется перпендикулярно плоскости падения, т.е. отражённая волна будет частично поляризованной. При падении света под углом Брюстера направление колебаний заряда, параллельное плоскости падения, совпадает с направлением отраженного луча

(т.к.  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).

Поскольку в направлении колебаний заряд не излучает, то интенсивность соответствующих ему вторичных волн в направлении отраженного луча равна нулю, отраженный луч оказывается полностью поляризованным.

Если в отраженной волне преобладает интенсивность колебаний,  $\perp$  плоскости падения, то, в силу закона сохранения энергии, в преломленной волне должна преобладать интенсивность колебаний другого направления, т.е. она также частично поляризована.

### 10.3 Двойное лучепреломление

При прохождении света через некоторые оптически прозрачные кристаллы происходит разделение светового луча.

Это явление получило название двойного лучепреломления и было впервые обнаружено в 1670г. Эразмом Бартолини для кристалла исландского шпата (одна из разновидностей  $\text{CaCO}_3$ ). Было установлено, что при любых углах падения вышедшие из кристалла два луча параллельны друг другу и обладают одинаковыми интенсивностями. Один из них удовлетворяет закону преломления света, называется обыкновенным лучом и обозначается на чертежах буквой "о". Второй не подчиняется закону преломления света, называется необыкновенным, обозначается

## Физика

буквой "е". Он не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью в точке падения (рис. 8).

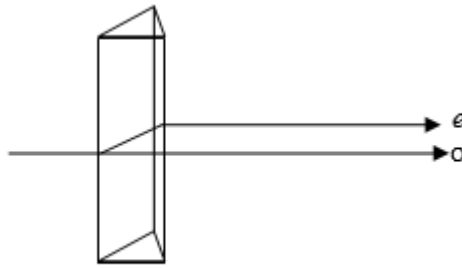


Рис. 8

Исследования показывают, что вышедшие из кристалла обыкновенный и необыкновенный лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.

**Двойным лучепреломлением** называется способность некоторых веществ расщеплять падающий световой луч на два луча – обыкновенный (о) и необыкновенный (е), которые распространяются с различными фазовыми скоростями и поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях.

**Двоякопреломляющими свойствами обладают:**

а) многие кристаллы (исландский шпат, кварц, слюда, турмалин), за исключением принадлежащих к кубической системе;

б) многие прозрачные вещества (стекло, искусственные смолы), находящиеся под действием упругих деформаций (напряжений) - сжатия, растяжения, изгиба, кручения;

в) некоторые изотропные вещества под действием электрического поля. Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на одноосные и двуосные.

У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные – показатели преломления для них зависят от направления в кристалле.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

Ряд кристаллов (исландский шпат, кварц) имеют направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не раздваиваясь и с одинаковой скоростью. Такие кристаллы получали название одноосных, а направление, вдоль которого не происходит двойного лучепреломления, называется оптической осью кристалла. Плоскость, содержащая падающий луч и оптическую ось, называется главной плоскостью или главным сечением кристалла.

Исследования показали, что вектор  $\vec{E}$  в обыкновенном луче колеблется перпендикулярно главному сечению, а в необыкновенном – в плоскости главного сечения.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется дихроизмом. Очень сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  оказывается

зависящей от направления. В одноосных кристаллах в направлениях оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней,  $\varepsilon$  имеет различные значения  $\varepsilon_{||}$  и  $\varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_{||} > \varepsilon_{\perp}$ .

В теории электромагнитного поля Максвелла показано, что  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , следовательно, электромагнитным волнам с разными направлениями колебаний  $\vec{E}$  будут соответствовать разные значения показателя преломления.

## 10.4 Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса.

**Поляризатор**—это устройство, преобразующее естественный свет в плоско поляризованный.

**Анализатор**—это устройство, служащее для анализа степени поляризации света.

Для получения плоскополяризованного света используют особые устройства, которые получили название поляризаторов. Эти устройства свободно пропускают только колебания вектора  $\vec{E}$ , параллельные плоскости, называемой плоскостью поляризатора (плоскостью пропускания). В основе действия поляризаторов лежит свойство кристаллов разделять луч естественного света на два плоскополяризованных луча.

**1.Призма Николя**—призма из исландского шпата, разрезанная по диагонали и склеенная канадским бальзамом – смолообразным веществом, добываемым из канадской пихты. При соответствующем подборе угла падения можно добиться полного внутреннего отражения обыкновенного луча от прослойки канадского бальзама. Нанесением черного лака на боковую поверхность николя добиваются полного поглощения этого луча. На выходе из призмы получают один поляризованный луч.

**2.Турмалин** –двулучепреломляющий кристалл, в котором происходит сильное селективное поглощение обыкновенного луча. При толщине пластины в 1 мм и более из нее выходит только необыкновенный плоскополяризованный луч.

**3.Поляроид** – целлулоидная пленка, на которую наносятся мелкие кристаллики герпатита (сульфата йодистого хинина), обладающие сильным селективным поглощением. Пленка толщиной 0,1 мм полностью поглощает один из лучей. Недостаток поляроида – относительно слабая прозрачность и зависимость селективного поглощения от длины волны.

Для анализа степени поляризации света служат устройства, называемые анализаторами, ничем конструктивно не отличающиеся от поляризаторов.

Если на пути естественного света интенсивностью  $I_{\text{ест}}$  поставить поляризатор  $\Pi$  и анализатор  $A$ , то интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор, будет зависеть от взаимного расположения плоскостей пропускания поляризатора и анализатора (рис.9).

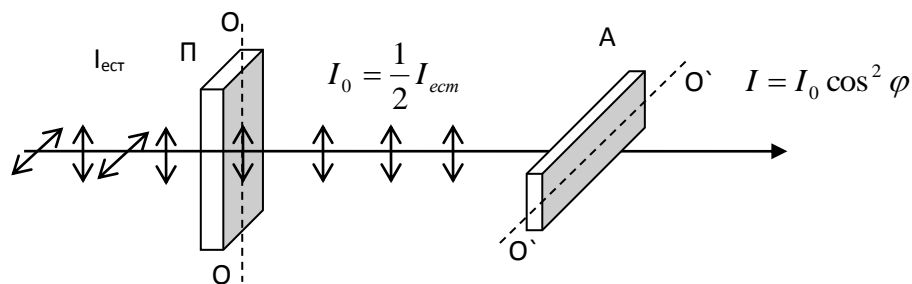


Рис. 9

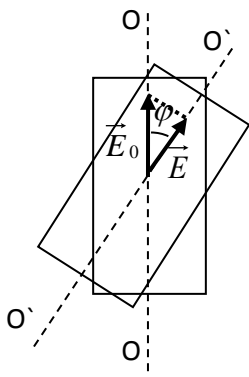


Рис. 10

Если на анализатор падает плоскополяризованный свет амплитуды  $E_0$  и интенсивности  $I_0$  так, что угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью пропускания анализатора равен  $\varphi$ , то сквозь анализатор пройдет составляющая колебания с амплитудой  $E = E_0 \cos \varphi$  (рис. 10). Т.к. интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату амплитуды, то  $I = I_0 \cos^2 \varphi$ . Это соотношение было экспериментально установлено французским физиком Э.Л. Малюсом и носит название **закона Малюса**: интенсивность света, прошедшего анализатор, равна произведению интенсивности падающего на анализатор поляризованного света  $I_0$  и квадрата косинуса угла  $\varphi$  между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора.

#### Практическое использование поляризованного света.

1. Вращение плоскости поляризации. Некоторые вещества, называемые оптически активными, способны поворачивать плоскость поляризации распространяющегося через них плоскополяризованного света. Угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути светового луча и концентрации раствора оптически активного вещества (водный раствор сахара, винной кислоты). Это используется для определения концентрации оптически активных веществ.

2. Двойное лучепреломление, вызванное напряжением. Многие прозрачные изотропные вещества становятся двоякопреломляющими в результате упругих деформаций. Если такое вещество поместить между скрещенными поляризаторами, то в тех местах, где под действием деформации меняется показатель преломления, будут видны просветления. Описанный эффект используется для исследования распределения напряжений в сложных и громоздких узлах и конструкциях. На пути лучей между скрещенными поляризаторами помещают выполненную в масштабе модель конструкции (из синтетических материалов, например, феноловых смол). На экране в соответствующих местах появляются светлые пятна, интенсивность и окраска которых отражает степень деформации отдельного участка образца. Исследуется распределение в нем напряжений под действием реальных нагрузок, и полученный результат пересчитывается на проектируемую конструкцию.

3. Эффект Керра – оптическая анизотропия жидкого диэлектрика (нитробензола) под действием внешнего эл. поля.

Физика

Ячейка Керра используется в качестве практически безинерционного затвора для световых лучей при сверхскоростных съемках (время  $\sim 10^{-10}$  с). Анализатор, скрещенный с поляризатором, пропускает свет только при включении внешнего поля.

## Лекция 11. Тепловое излучение.

### 11.1 Тепловое излучение и его характеристики. Закон Кирхгофа.

В явлениях интерференции, дифракции, поляризации проявляется волновая природа света. Хорошо описывая распространение света в материальных средах, волновая оптика не смогла удовлетворительно объяснить процессы испускания и поглощения света, которые можно объяснить только на основе квантовых представлений. Явления, в которых при взаимодействии света с веществом проявляются квантовые свойства излучения, изучаются квантовой оптикой (фотоэффект, давление света, тепловое излучение).

**Тепловым излучением** называется испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел.

Тепловое излучение является самым распространенным видом излучения и присуще всем телам, нагретым до температуры, отличной от ОК. Тепловое излучение имеет сплошной спектр, однако распределение энергии в нем зависит от температуры. При низких температурах тепловое излучение является преимущественно инфракрасным, при высоких температурах – видимым и ультрафиолетовым.

Всякое тело, излучающее энергию (называемую лучистой), способно поглощать энергию, испускаемую другими телами.

Процесс поглощения телом лучистой энергии называется лучепоглощением или просто поглощением.

Поглощение телом энергии ведет к увеличению внутренней энергии тела, т.е. к его нагреванию. Тело, теряя часть своей энергии при испускании и получая энергию при поглощении приходит, в конце концов, в состояние теплового равновесия. Опыт показывает, что тепловое излучение – единственный вид излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами.

Для количественной оценки процессов испускания и поглощения лучистой энергии вводятся следующие характеристики.

**Излучательной способностью или спектральной плотностью энергетической светимости** называется физическая величина, численно равная количеству энергии, испускаемой за 1 секунду с единицы поверхности тела в единичном интервале частот:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu}, \quad [R_{\nu, T}] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2},$$

где  $W_{\nu, \nu+d\nu}$  – энергия, изучаемая в единицу времени с единицы площади в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ .

$R_{\nu, T} = f(\nu, T)$ , т.е. зависит от частоты излучения и температуры тела.

Интегральная излучательность (энергетическая светимость) тела численно равна энергии электромагнитных волн всевозможных частот (от 0 до  $\infty$ ), излучаемой за единицу времени с единицы площади поверхности тела:



$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu.$$

Поглощательной способностью называется безразмерная величина, показывающая, какая доля энергии эл. м. волн с частотами от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , падающих в единицу времени на единицу поверхности тела, поглощается им:

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,T}^{\text{погл}}}{dW_{\nu,T}^{\text{пад}}}.$$

Поглощательная способность реальных тел всегда меньше единицы.

Тело, способное поглощать все падающее на него излучение произвольной частоты при любой температуре, называется абсолютно черным телом.

Согласно определению, для абсолютно черного тела  $A_{\nu,T}^c = 1$ .

В природе не существует абсолютно черных тел. Это модель, абстракция, воображаемое тело. Но можно найти тела, очень близкие по своим свойствам к абсолютно черным телам (сажа, черный бархат). Поглощающие свойства перечисленных материалов объясняются их пористостью. При падении излучения на эти материалы происходит многократное отражение в многочисленных складках и порах. При каждом отражении часть энергии излучения поглощается, и в итоге интенсивность излучения, вышедшего из толщи материала, практически оказывается равной нулю.

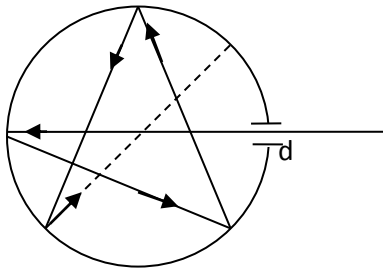


Рис. 1

Как отмечали Вин и Люммер(1895г), маленькое отверстие на поверхности полости с идеально отражающими стенками, непроницаемыми для электромагнитных волн, ведет себя как абсолютно черное тело ( $d < 0,1D$ ) (рис. 1).

**Серое тело** – это тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности.

$$A_{\nu,T}^c = A_T^c = \text{const} < 1.$$

Согласно правилу Прево (1809), если два тела поглощают разные количества энергии, то и излучение будет различным. Это подтверждается опытом. Правило Прево дает только качественное представление об излучении и поглощении. В 1859г. Кирхгоф установил количественную связь между излучательной и поглощательной способностями тел, опираясь на второй закон термодинамики, согласно которому тепловое равновесие, установившееся в изолированной системе, не может быть нарушено простым обменом тепла между отдельными частями системы. Если внутри полости с идеально отражающими стенками, непроницаемыми для электромагнитных волн, находятся несколько тел (рис. 2), то с течением времени в такой системе устанавливается состояние равновесия, т.е. температура всех тел будет одинаковой. Поскольку в дальнейшем температура тел не меняется, то тело, излучающее больше энергии, должно и больше поглощать.



## Физика

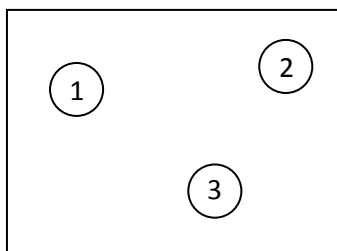


Рис. 2

$$\left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_2 = \left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_3 = r_{\nu,T}, \quad (1)$$

где  $r_{\nu,T}$  – универсальная функция Кирхгофа, не зависит от природы тел.

Сами величины  $R_{\nu,T}$  и  $A_{\nu,T}$  могут изменяться при переходе от одного тела к другому, однако их отношение одинаково для всех тел. Это означает, что тело, которое сильно излучает какие – либо лучи, эти лучи сильнее и поглощает.

Для абсолютно черного тела  $A_{\nu,T}^q = 1$ ,

$$\frac{R_{\nu,T}^q}{A_{\nu,T}^q} = R_{\nu,T}^q. \quad (2)$$

Из сопоставления выражений (1) и (2) следует, что универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как излучательная способность абсолютно черного тела  $R_{\nu,T}^q$ , которая является универсальной величиной, и поиск её явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

**Закон Кирхгофа:** отношение излучательной способности тела к поглощательной способности не зависит от природы тела и равно излучательной способности абсолютно черного тела при тех же значениях температуры и частоты

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}.$$

## 11.2 Законы излучения АЧТ: законы Стефана–Больцмана и Вина.

В 1879г. австрийский физик Стефан на основе анализа экспериментальных данных по тепловому излучению пришел к выводу, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвертой степени температуры. Однако последующие более точные измерения и теоретические исследования другого австрийского физика Больцмана (1884г) показали, что данное заключение справедливо только для излучения абсолютно черного тела.

**Закон Стефана - Больцмана:** энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$R_T^q = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  – постоянная Стефана – Больцмана.

**Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела.**

Вид зависимости излучательной способности абсолютно черного тела от его температуры и длины волны излучения был изучен экспериментально на модели абсолютно черного тела к концу 19-го столетия.

Опыты показали, что данная зависимость имеет вид, изображенный на рисунке 3. Каждая кривая имеет ярко выраженный максимум. Из рисунка видно, что

разным температурам соответствует разная длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности.

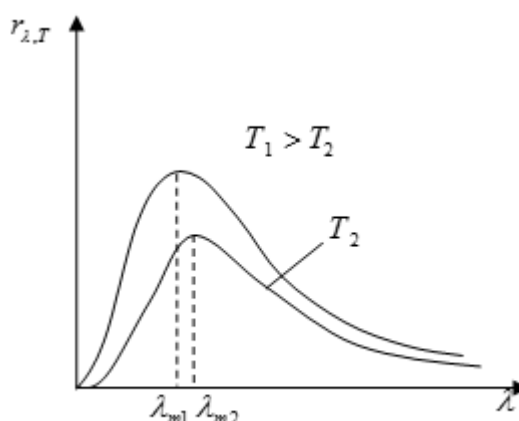


Рис. 3

С повышением температуры максимум излучательной способности смещается в сторону более коротких длин волн.

**Закон смещения Вина (1893г.):**

длина волны, соответствующая максимуму излучательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре,

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ где } b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К} \text{ — постоянная Вина.}$$

### 11.3 Формулы Рэлея-Джинса и Планка.

В конце 19-го прошлого столетия было предпринято много попыток теоретически установить закон распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты волны и абсолютной температуры.

Д.Релей и Д.Джинс сделали попытку определить  $f(\nu, T)$ , исходя из теоремы классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы. При этом тепловое излучение принималось равновесным и рассматривалась как совокупность пространственных стоячих электромагнитных волн. Ими была получена формула

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \text{ которая совпадала с экспериментальными данными только в}$$

области малых частот электромагнитных волн.

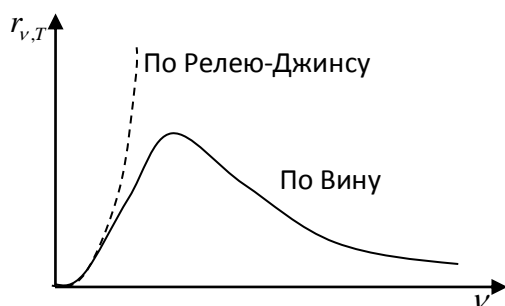


Рис. 4

При больших частотах, что соответствует ультрафиолетовому участку спектра, это формула при попытке получить закон Стефана – Больцмана приводит к абсурду (образно названому П. Эренфестом "ультрафиолетовой катастрофой")

$$R_T = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

С точки зрения классической физики того времени вывод формулы Релея –

## Физика

Джинса был безупречным. Поэтому расхождение этой формулы с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики о природе теплового излучения.

Выход из создавшейся ситуации нашел в 1900 году выдающийся немецкий физик Макс Планк. В классической физике испускание света атомами рассматривалась как непрерывный процесс. Планк пришел к выводу, что именно это и приводит к противоречиям в теории теплового излучения.

Планк выказал гипотезу, согласно которой электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения.

$\varepsilon = h\nu$  – энергия кванта,

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка,  $\nu$  – частота излучения.

Вся излучаемая телом энергия, согласно гипотезе Планка, является кратной энергии кванта, т.е. может быть представлена как целое число квантов.

$W = n\varepsilon = nh\nu$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

На основе представлений о квантовом характере теплового излучения М.Планк, пользуясь статистическими методами, получил выражение для  $r_{\nu, T}$ , полностью соответствующее экспериментальным данным.

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

**Применение теплового излучения.**

1. Тепловое излучение раскаленных тел используется для создания источников света (первые лампы накаливания – 1873г. А.И.Лодыгин, первые дуговые лампы – 1876г., П.Н.Яблочков).

2. Оптическая пирометрия – определение температуры тела по его тепловому излучению.

3. Приборы ночного видения, дальность действия которых – 300м; на их основе действуют наблюдательные и прицельные устройства.

4. Теплопеленгаторы.

5. Тепловые головки самонаведения ракет на цель.

## Лекция 12. Фотоэлектрический эффект

### 12.1 Внешний фотоэффект и его опытные законы.

**Внешним фотоэффектом** называется явление испускания электронов веществом под действием света.

Электроны, вылетающие из вещества при внешнем фотоэффекте, называются **фотоэлектронами**; электрический ток, возникающий при упорядоченном движении фотоэлектронов, называется **фототоком**.

Явление внешнего фотоэффекта было открыто Г. Герцем в 1887г. Он заметил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить УФ лучами.

Фундаментальные исследования фотоэффекта проведены русским ученым А.Г. Столетовым в 1888-1889 г.г.

Принципиальная схема установки для изучения внешнего фотоэффекта показана на рис. 1. Свет падает через окно на поверхности катода  $K$ , находящегося внутри evacuated трубки. Вольтамперная характеристика фотоэффекта – зависимость фототока  $I$  от напряжения между катодом  $K$  и анодом  $A$  – приведена на рис. 2. Две кривые соответствуют двум различным освещенностям  $E$  катода (т.е. двум значениям светового потока  $\Phi$ , падающего на катод) при одинаковой частоте света.

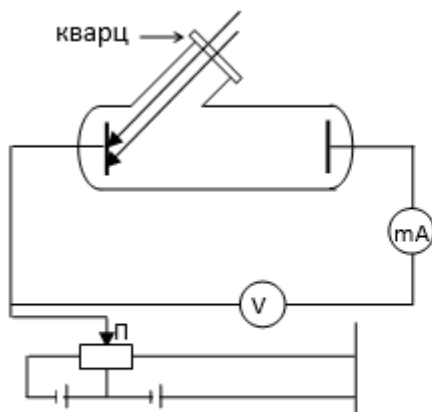


Рис. 1

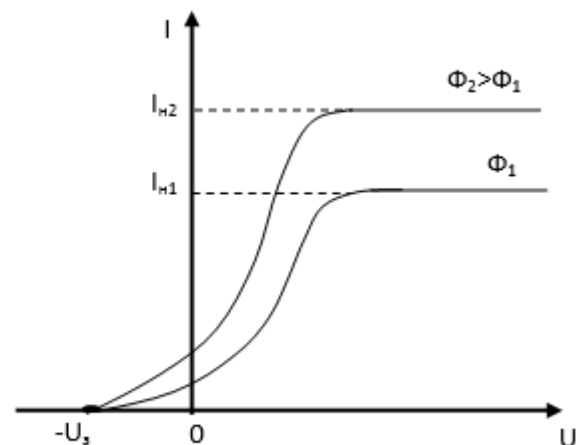


Рис.2

Максимальное значение фототока – **ток насыщения**  $I_n$  – соответствует такому значению напряжения, при котором все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода,

$$I_n = e \cdot n, \text{ где } n - \text{число фотоэлектронов, испускаемых катодом за 1с.}$$

При  $U=0$   $I>0$ , т.е. электроны достигают анода без внешнего поля, за счет своей кинетической энергии. Чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение  $U_z$ . При этом ни один электрон не сможет преодолеть задерживающее поле и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_z, \quad (1)$$

## Физика

где  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона.

Опытным путем были установлены *законы фотоэффекта*.

1. **Закон Столетова:** сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности катода  $I_H \sim E_{\text{э}}$ .

Этот закон можно сформулировать по-другому:

сила тока насыщения пропорциональна падающему световому потоку

$$I_H = \gamma \Phi,$$

где  $\gamma$  – чувствительность катода.

2. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

3. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т.е. минимальная частота  $\nu_0$ , при которой возникает фотоэффект,  $\nu_0$  зависит от вещества и состояния поверхности катода.

4. Фотоэффект практически безинерционен.

Установленные экспериментальные закономерности не могли быть объяснены в рамках волновой теории света.

Согласно волновой теории, вырывание электронов – результат их «раскачивания» в электрическом поле световой волны, т.е.  $\nu_{\text{max}}$  должна зависеть от амплитуды колебаний  $\vec{E}$  и связанной с ней интенсивности ( $I \sim E^2$ ), а не от частоты. Кроме того, фотоэффект должен возникать при любой частоте при достаточной интенсивности и быть инерционным (сначала волна «раскачает» электрон, а потом он вылетит).

## 12.2 Квантовая теория внешнего фотоэффекта

А. Эйнштейн в 1905г. показал, что закономерности фотоэффекта можно объяснить на основе предложенной им квантовой теории фотоэффекта.

Согласно Эйнштейну, свет частотой  $\nu$  не только испускается, как предполагал Планк, но и распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых  $\varepsilon = h\nu$ .

Квант электромагнитного излучения получил название *фотона*.

Т.к. энергию фотона можно выразить как

$$\varepsilon = mc^2,$$

$$h\nu = mc^2 \Rightarrow p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \text{ – импульс фотона.}$$

1. **Однофотонный фотоэффект** – это фотоэффект, при котором электрон получает энергию от одного фотона. Согласно Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном.

Энергия падающего фотона  $h\nu$  расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла и на сообщение фотоэлектрону кинетической энергии.

Если электрон освобождается светом не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то часть энергии может быть потеряна вследствие случайных столкновений в веществе, остаток энергии образует  $E_{\text{кин}}$  фотоэлектрона.

По закону сохранения энергии

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{max}^2}{2}. \quad (2)$$

Выражение (2) называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Фотоэффект и работа выхода  $A$  в сильной степени зависят от состояния поверхности металла (окислов, адсорбированных веществ).

Только в 1916г. Милликен создал прибор, в котором исследуемое вещество подвергалось чистке в вакууме, после чего измерялась работа выхода и исследовалась зависимость  $E_{кин}=f(\nu)$  (путем измерения  $U_3$ ).

Результаты оказались в полном согласии с уравнением Эйнштейна.

Милликен определил значение  $h$ , которое совпало с её значениями, найденными другими методами.

### **Объяснение законов фотоэффекта на основе квантовой теории.**

1. По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном, поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально числу падающих на поверхность квантов. Световой поток  $\Phi$  определяется количеством квантов света, падающих на поверхность в единицу времени. В соответствии с этим, ток насыщения  $I_n$  пропорционален падающему световому потоку:

$$I_n \sim \Phi$$

Поскольку световой поток, падающий на поверхность  $S$ , равен произведению освещенности  $E$  на площадь этой поверхности,

$$\Phi = E \cdot S, \quad I_n \sim E,$$

подтверждается первая закономерность фотоэффекта.

Сила тока насыщения пропорциональна световому потоку:  $I_n = \gamma \Phi$ .

2. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

$$\frac{m\nu_{max}^2}{2} = h\nu - A.$$

3. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т.е. минимальная частота  $\nu_0$ , при которой возникает фотоэффект,  $\nu_0$  зависит от вещества и состояния поверхности катода.

$$h\nu_0 = A \rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h}. \quad (3)$$

$$\text{Т.к. } \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}, \quad \frac{c}{\lambda_0} = \frac{A}{h} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{ch}{A}, \text{ где } \lambda_0 - \text{максимальная длина волны, при ко-}$$

торой еще возможен фотоэффект, также называемая «красной границей».

Используя соотношения (1) и (3), выражение (2) можно записать в виде

$$h\nu = h\nu_0 + eU_3.$$

4. Безинерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

### **2. Многофотонный фотоэффект (нелинейный).**

Если интенсивность света очень большая (лазерные пучки), возможен многофотонный (нелинейный) фотоэффект, при котором электрон получает энергию не от одного, а от  $N$  ( $N=2\div 7$ ) фотонов

$$Nh\nu = A + \frac{m\nu_{max}^2}{2}$$

Красная граница смещается в сторону более длинных волн.

$$Nh\nu_0 = A \rightarrow \nu_0 = \frac{A}{Nh}, \quad \lambda_0 = \frac{Nch}{A}.$$

Ток насыщения нелинейно зависит от  $\Phi$

$$I_H \sim \Phi^N.$$

Фотоэффект широко используется в науке и технике для:

- 1) регистрации и измерения световых потоков;
- 2) непосредственного преобразования энергии света в эл. энергию;
- 3) преобразования световых сигналов в электрические.

Устройства, действие которых основано на использовании фотоэффекта, называются фотоэлементами.

1. Вакуумный фотоэлемент – представляет собой эвакуированный стеклянный баллон, часть внутренней поверхности которого покрыта слоем металла (фотокатод). Анод – металлическое кольцо или сетка.

2. Для увеличения чувствительности используют фотоэлементы наполненные инертным газом, обычно аргоном при  $p=0,01-0,1$  мм.рт.ст.

3. Для усиления сигнала применяются электронные умножители, использующие явление вторичной электронной эмиссии.

4. Полупроводниковые фотоэлементы с внутренним фотоэффектом (фотосопротивления) – для обнаружения и измерения инфракрасного и других излучений. Чувствительность – гораздо большая.

Основной недостаток – большая инерционность

5. Вентильные фотоэлементы (фотоэлементы с запирающим слоем), действие которых основано на вентильном фотоэффекте (кремниевые, германиевые, селеновые и т.д.).



## Лекция 13. Теория атома водорода по Бору

### 13.1 Модели атома. Опыт Резерфорда.

До конца XIX в науке господствовало убеждение, что атомы являются неделимыми частицами материи, "кирпичиками" мироздания.

Важнейшими событиями в науке, от которых берет начало атомная физика, были:

- 1) открытие электрона в 1897г.;
- 2) открытие явления радиоактивности.

Эти открытия показали, что нейтральный атом является сложной системой электрически заряженных частиц; во всех атомах имеются электроны; положительный заряд связан с основной массой атома, но о распределении его внутри атома сведений не было.

Первые попытки создания модели атома на основе накопленных сведений принадлежат английскому физiku Джозефу Томсону (1903г.).

В рамках этой модели положительный заряд считался равномерно распределенным в некотором небольшом объеме сферической формы, а электроны вкраплены в этот заряд подобно изюму в булочке. Когда атом Томсона возбуждался, например, в пламени свечи, колебаться начинали только легкие электроны и атом излучал эл. – м. волны, соответствующие их частоте колебаний. Таким путем Томсон хотел в рамках своей модели обеспечить линейчатый спектр атома.

Для выяснения характера распределения положительных и отрицательных зарядов в атоме было необходимо непосредственное опытное "зондирование" внутренних областей атома, которое осуществили сотрудники Резерфорда Гейгер и Мардсен с помощью  $\alpha$ -частиц, наблюдая изменение направления их полета при прохождении через тонкие слои вещества.  $\alpha$ -частицы представляют собой дважды ионизированные атомы гелия:

$$q_{\alpha} = 2e, \text{ где } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, m_{\alpha} = 7296m_e, v_{\alpha} \sim 10^7 \text{ м/с}.$$

Они выбрасываются с огромной скоростью некоторыми веществами при радиоактивном распаде. В качестве мишени использовалась золотая фольга, толщина которой соответствовала  $\sim 400$  атомам, так что соударения  $\alpha$ -частиц с атомами золота можно было условно считать единичными.

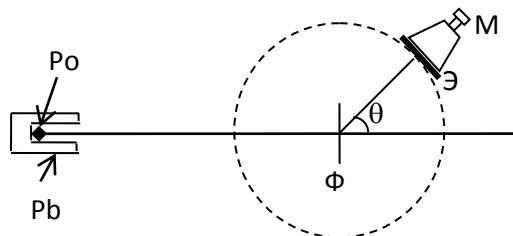


Рис. 1

Опыт осуществлялся следующим образом (рис. 1):  $\alpha$ -частицы, испущенные радиоактивным полонием Po, выходили из свинцового (Pb) контейнера узким пучком и при прохождении через золотую фольгу Ф отклонялись от первоначального направления на различные углы  $\theta$ .

Рассеянные  $\alpha$ -частицы ударялись об экран Э, покрытый сернистым цинком, и вызываемые ими сцинтилляции наблюдались микроскопом М. Микроскоп и



экран можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр рассеивающей фольги.

Результаты опыта:

- 1) подавляющее число  $\alpha$  - частиц отклоняется на малые углы;
- 2) примерно одна из  $2 \cdot 10^4$  частиц отклоняется на угол  $\theta > 90^\circ$ ;
- 3) некоторые частицы отклоняются на угол  $\theta \approx 180^\circ$ .

На основании этих результатов Резерфорд пришел к выводу, что сильные отклонения  $\alpha$  - частиц возможны только если внутри атома имеется заряд, связанный с массой, сконцентрированной в очень малом объеме. В 1911г. Резерфорд предложил ядерную модель атома.

Расчет Резерфорда для оценки размеров ядра: если  $\alpha$  - частица сталкивается "в лоб" с атомом золота и отлетает обратно, она на мгновение останавливается, прежде чем двинуться обратно. В точке поворота её кинетическая энергия полностью превращается в потенциальную.

$$W_K = W_p, \quad \frac{m_\alpha v^2}{2} = q_\alpha U = 2e\varphi,$$

где  $q_\alpha = 2e$ ,  $U = \varphi - \varphi_\infty = \varphi$  - потенциал на поверхности положительного ядра,

$$\varphi = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad \text{где } Ze - \text{положительный заряд атома золота,}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{2e \cdot Ze}{4\pi\epsilon_0 r}, \Rightarrow r = \frac{Ze^2}{\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2} \approx 10^{-14} \text{ м},$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad Z = 79; \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}; \quad m_\alpha = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; \quad v = 1,6 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Поскольку размер атома  $\sim 10^{-10}$  м, размер ядра на 4 порядка меньше размеров самого атома (рис. 2).

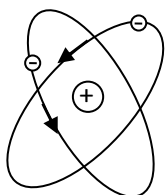


Рис. 2

Согласно Резерфорду, атом представляет собой систему зарядов, в центре которой расположено тяжелое положительное ядро с зарядом  $Ze$ , размером  $\sim 10^{-14}$  м, вокруг которого по орбитам движутся  $Z$  электронов.

Модель Резерфорда явилась существенным шагом вперед, поскольку представляла атом как динамическую систему движущихся электрических зарядов. Однако она оказалась неустойчивой с точки зрения классической электродинамики и противоречила опытным данным: вращающийся по орбите электрон должен излучать эл.м. волны (как заряд, движущийся с центростремительным ускорением) с частотой, равной частоте его вращения, терять энергию, приближаясь к ядру и увеличивая частоту вращения и, в конце концов, упасть на ядро. Следовательно, за  $t \sim 10^{-8}$  с атом должен перестать существовать и спектр его излучения должен быть сплошным. Однако атом – устойчивое образование, а спектр атома – линейчатый.

## 13.2 Постулаты Бора. Теория одноэлектронного атома Бора.

Ядерная модель атома в сочетании с классической физикой и электродинамикой оказалась неспособной объяснить устойчивость атомов и характер атомного спектра. Выход из создавшегося тупика был предложен в 1913г. учеником Резерфорда датским ученым физиком Нильсом Бором. Он сохранил ядерную модель атома Резерфорда, наделив её новыми квантовыми свойствами, согласно которым электрон мог бы, вращаясь вокруг ядра, испускать свет и не падать на ядро. Для этого Бору пришлось ввести предположения, противоречащие классической механике и электродинамике, доказать которые он был не в состоянии и назвал их постулатами.

### Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний):

электрон в атоме может находиться только в некоторых определенных устойчивых состояниях, которые называются стационарными. В стационарном состоянии атом не излучает и не поглощает энергию. Стационарным состояниям соответствуют стационарные орбиты электронов, для которых момент импульса электрона равен целому кратному от  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ :

$$m_e v r_n = n \hbar - \text{правило квантования орбит,}$$

где  $m_e$  - масса электрона,  $v$  - скорость электрона на орбите радиуса  $r_n$ ,  $n$  - номер орбиты электрона,  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - постоянная Планка.

### Второй постулат Бора (правило частот):

при переходе атома из одного стационарного состояния  $E_n$  в другое  $E_m$  происходит излучение или поглощение кванта с энергией

$$h\nu = E_m - E_n.$$

Следовательно, атомы поглощают только те спектральные линии (волны такой частоты), которые сами испускают:

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}.$$

Постулаты Бора можно сформулировать и несколько проще.

1. Электроны в атоме движутся по строго определенным стационарным орбитам, не излучая и не поглощая при этом энергии; для стационарных орбит

$$m_e v r_n = n \hbar, (n = 1, 2, 3, \dots).$$

2. При переходе электрона с одной орбиты на другую атом излучает или поглощает энергию

$h\nu = E_n - E_m$ , где  $h\nu$  - энергия фотона;  $E_n$  и  $E_m$  - энергии электрона на соответствующих орбитах.

Постулаты Бора позволили ему теоретически рассчитать энергетический спектр атома водорода и водородоподобных атомов – атомов, состоящих из ядра с зарядом  $Ze$  и одного электрона, движущегося вокруг ядра.

Рассчитаем радиусы стационарных орбит для водородоподобных атомов.

## Физика

При движении электрона по орбите в поле атомного ядра с зарядом  $Ze$  согласно 2-му закону Ньютона  $ma_y = F_k$ ,  $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}$ .

Согласно постулату Бора

$$mvr_n = n\hbar, \Rightarrow v = \frac{n\hbar}{mr_n},$$

$$\frac{mn^2\hbar^2}{r_n m^2 r_n^2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \Rightarrow r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m Ze^2}.$$

Если электрон находится на самой внутренней орбите ( $n=1$ ), атом находится в нормальном состоянии, все остальные состояния – возбужденные.

Для атома водорода  $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$  м, что совпадает со значением размеров атома водорода, полученных из кинетической теории газов.

Рассчитаем энергии стационарных состояний. Энергия электрона складывается из кинетической энергии его движения по орбите и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mZ^2 e^4}{8n^2 \hbar^2 \epsilon_0^2},$$

$$E_p = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{mZ^2 e^4}{4n^2 \hbar^2 \epsilon_0^2},$$

$$E = E_k + E_p = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{mZ^2 e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1,2,3,\dots), \text{ где знак минус означает, что электрон}$$

находится в связанном состоянии.

Из полученного выражения следует, что полная энергия электрона в водородоподобном атоме отрицательна и зависит от номера орбиты, по которой движется электрон, т.е. может принимать только дискретные значения.

При  $n=1$   $E_1 = -13,55$  эВ.

Т.к. полная энергия отрицательна, то чем меньше её абсолютное значение, тем больше значение полной энергии. Следовательно, с ростом  $n$  энергия увеличивается.

При  $n = \infty$   $E_\infty = 0$ .

Это и есть максимальное значение энергии системы, состоящей из ядра и одного электрона. Если электрону сообщить извне порцию энергии 13,55 эВ, то он уйдет с первой орбиты за пределы атома, а атом превратится в положительный ион. Этот процесс отщепления электрона от атома называется ионизацией.

**Ионизация** – это отщепление электронов от атомов, приводящее к образованию положительных ионов.



Рис. 3

Величину энергии электрона в атоме часто отождествляют с энергией атома. Все возможные значения энергии атома, которыми он может обладать, называют энергетическими уровнями. Энергетические уровни атома изображают в виде горизонтальных прямых, расположенных друг относительно друга на расстояниях, пропорциональных разности энергий атома. Самая низшая прямая соответствует нормальному состоянию атома.

### 13.3 Спектр атома водорода.

Используя теорию Бора и схему энергетических уровней атома, легко объяснить процессы испускания и поглощения излучения атомом.

Чтобы атом получил возможность испускать свет, его нужно возбудить, т.е. перевести электрон на более высокий энергетический уровень (нагреванием, освещением и т.д.). В возбужденном состоянии атом неустойчив и через  $t \sim 10^{-8}$  с переходит на более близкую к ядру орбиту, испуская квант электромагнитного излучения (фотон) с энергией  $E = h\nu$ .

Согласно второму постулату Бора (для водорода  $Z = 1$ )

$$h\nu = E_m - E_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

$$\nu = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1)$$

где  $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  – постоянная Ридберга.

Исследования спектров излучения разряженных газов (т.е. отдельных атомов) показали, что каждому газу присущ определенный линейчатый спектр (рис. 4). Все обнаруженные серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной эмпирической формулой, называемой **обобщенной формулой Бальмера**:

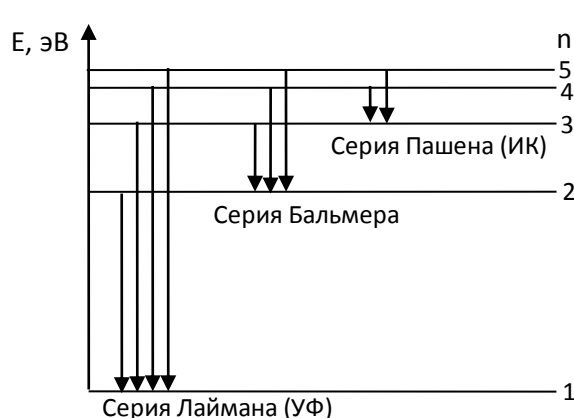


Рис. 4

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (2)$$

Для *серии Лаймана* (ультрафиолетовая область спектра) (рис. 2)  $m=1$ ,  $n=2,3,4,\dots$

Для *серии Бальмера* (видимая область спектра)  $m=2$ ,  $n=3,4,5,\dots$

Для *серии Пашена* (инфракрасная область спектра)  $m=3$ ,  $n=4,5,6,\dots$

Значения  $R$  в формулах (1) и (2) совпадают, что свидетельствует о правильности полученной Бором формулы (1).

Теория Бора, на основе которой были рассмотрены спектры атома водорода и водородоподобных систем и вычислены частоты спектральных линий, не смогла объяснить интенсивности спектральных линий, вероятности возможных переходов и не позволила описать спектр атома гелия – одного из простейших атомов. Все эти проблемы были решены в рамках квантовой механики.

## Лекция 14. элементы квантовой механики

### 14.1 Волновые свойства микрочастиц. Гипотеза де Бройля.

**Микрочастицами** называются элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны, фотоны, и др. простые частицы), а также сложные частицы, образованные из сравнительно небольшого числа элементарных частиц (молекулы, атомы, ядра атомов).

Идея о существовании у микрочастиц волновых свойств и о связи длины волны частицы с её импульсом принадлежит французскому физiku Луи де Бройлю.

В результате углубления представлений о природе света выяснилось, что в оптических явлениях обнаруживается своеобразный дуализм.

В 1924г. де Бройль выдвинул гипотезу о том, что дуализм не является особенностью только оптических явлений, но имеет универсальное значение. Допуская, что частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют и волновые, он перенес на случай частиц вещества те же правила перехода от одной картины к другой, какие справедливы в случае света. Согласно формуле Планка, непосредственно связывающей волновые и корпускулярные свойства электромагнитных волн, энергия фотона равна

$$\varepsilon = h\nu.$$

Согласно релятивистской формуле, связавшей массу и энергию,

$$\varepsilon = mc^2.$$

Тогда импульс  $p$ , которым обладает фотон, связан с  $\lambda$  соотношением

$$p = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}.$$

По идее де Бройля, микрочастица обладает волновыми свойствами, и её длина волны определяется соотношением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Гипотеза де Бройля была впервые подтверждена экспериментально в 1927г. американскими физиками К. Девисоном и Л. Джермером, которые направили на грань монокристалла никеля пучок моноэнергетических электронов. При соударении с кристаллом пучок рассеивался во все стороны, а отраженные электроны улавливались цилиндрическим электродом, присоединенным к гальванометру (рис. 1а). Исследование этого рассеяния показало, что существовали такие направления, в которых наблюдалось максимальное количество рассеянных электронов, а в других – минимальное (рис. 1б). Наличие максимумов свидетельствовало о механизме отражения, характерного для волнового процесса. Интенсивность отраженного пучка оценивалась по силе тока, текущего через гальванометр. Наблюдалась дифракция электронов на кристаллической решетке никеля.

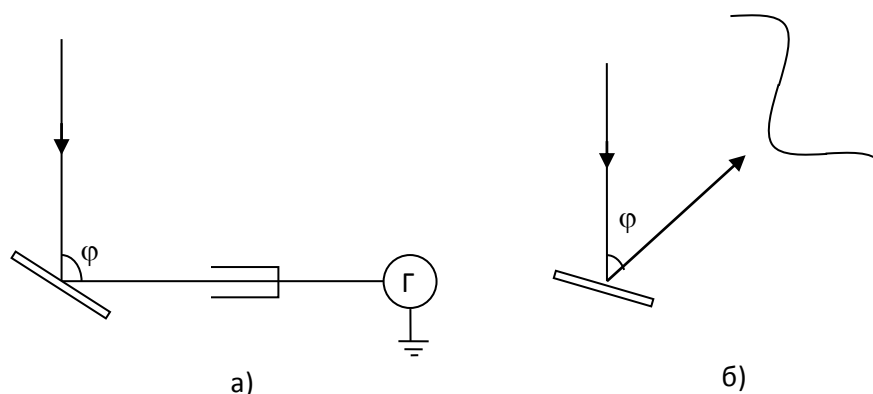


Рис. 1

Д. Томсон (1927г.) и независимо от него российский ученый П.С. Тартаковский получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу.

В 1948г. российские физики Н.Г. Сушкин и В.А. Фабрикант получили дифракционную картину, явившуюся результатом прохождения отдельных электронов сквозь тонкую металлическую фольгу и их дифракции на кристаллической решетке металла, то есть было доказано, что волновые свойства присущи отдельному электрону.

## 14.2 Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

Микрочастицы, особенно такие легкие как электрон, ведут себя, в зависимости от условий, то почти так же как "настоящие" частицы, то совсем иначе. Если при движении частицы её импульс  $\vec{p} = m\vec{v}$  не меняется или меняется медленно, то микрочастица ведёт себя почти так же, как классическая частица. Но если импульс меняется быстро (при движении электрона вокруг ядра по орбите малого радиуса, когда импульс быстро меняет своё направление), микрочастица ведет себя совершенно иначе чем обычные частицы, скорее как волна. Говорят, что микрочастицы обладают волновыми свойствами.

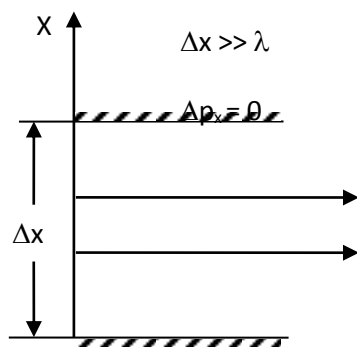


Рис. 2

Волновые свойства микрочастицы выражены сильнее или слабее в зависимости от быстроты изменения импульса. Чем быстрее меняется импульс, тем сильнее выражены волновые свойства микрочастицы. Можно ли предсказать, а когда волны и микрочастицы будут вести себя подобно макрочастицам (т.е. проявляются корпускулярные свойства) и когда их поведение будет качественно другим? Оказывается, это возможно. Микрочастицы будут двигаться в данном направлении подобно обычным большим частицам, если их движение в этом направлении не определяется большими действующими силами или не стеснено узкими рамками.

## Физика

Если свет проходит через щель, ширина которой велика по сравнению с длиной волны  $\lambda$  (рис. 2), его поведение подобно поведению классических частиц (корпускул). Если уменьшить ширину щели, то при  $\Delta x \sim \lambda$  волны начнут распространяться не только в первоначальном, но и в других направлениях, огибая края щели (дифракция).

Аналогично для микрочастиц: чем уже щель, тем сильнее ограничение движению частиц, и как бы протестуя против этого, микрочастицы огибают края щели, приобретая разнообразные импульсы в направлении ОХ (рис. 3).

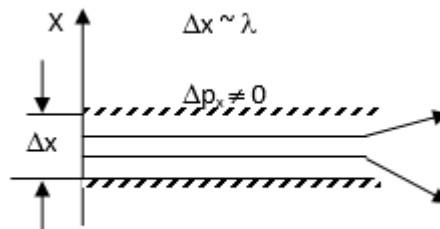


Рис. 3

До щели импульс частиц в направлении ОХ равнялся нулю, т.е. был строго определенным. После щели импульс в направлении ОХ для разных микрочастиц различен. Обозначим неопределенность (максимальный разброс) в импульсе вдоль оси ОХ через  $\Delta p_x$ , а импульс до прохождения через щель  $p$ . Чем больше отношение  $\lambda / \Delta x$ , тем больше возможное отклонение микрочастицы от первоначального направления, т.е. тем больше отношение  $\Delta p_x / p$ .

$$\frac{\Delta p_x}{p} \sim \frac{\lambda}{\Delta x}; \text{ т.к. } \lambda = \frac{h}{p}, \text{ то } \frac{\Delta p_x}{p} \sim \frac{h}{p \Delta x} \rightarrow \Delta x \Delta p_x \sim h.$$

Это знаменитое соотношение неопределенностей, принадлежащее одному из основателей квантовой механики В. Гейзенбергу (1927г.). Его смысл – реакция частицы на локализацию, т.е. на ограничение её пространственного движения. Чем меньше область  $\Delta x$ , в которой вынуждена двигаться частица, тем больше у неё неопределенность в импульсе  $\Delta p_x$ . Можно теоретически доказать (Г. Вейль), что наименьшим возможным является произведение флуктуаций

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h. \quad (1)$$

**Принцип неопределенности Гейзенберга:** волновая природа микрочастиц приводит к тому, что микрочастица не может иметь одновременно определенную координату  $x$  и компоненту импульса  $p_x$ . Неопределенности значений  $x$  и  $p_x$  удовлетворяют соотношению (1).

Аналогичные соотношения имеют место для  $y$  и  $p_y$ ,  $z$  и  $p_z$ . Таким образом, Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперед заданной точностью характеризовать и координатой, и импульсом. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, микрочастица не может иметь одновременно и определенную координату  $(x, y, z)$  и определенную собственную проекцию импульса  $(p_x, p_y, p_z)$ , причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h. \quad (2)$$

Т.е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка  $h$ .

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии  $E$  и времени  $t$ , т.е. неопределенность этих величин удовлетворяет условию  $\Delta E \Delta t \geq h$ .

Если длительность пребывания частицы в данном состоянии равна  $\Delta t$ , то неопределенность энергии частицы в этом состоянии составляет  $\Delta E$ .

Соотношение неопределенностей является одним из фундаментальных положений квантовой механики.

Рассмотрим, к каким результатам приводят эти соотношения. Если  $\Delta x$  велико по сравнению с атомными размерами (т.е. с  $10^{-10}$  м), то ограничения на движение частицы, накладываемые соотношением (1), не являются существенными.

Пусть для пылинки с  $m = 1 \text{ мкг} = 10^{-6} \text{ кг}$  координата определена с точностью  $\Delta x = 0,01 \text{ мкм} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ .

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h, \quad \Delta x \cdot \Delta(mv_x) \geq h, \quad \Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq h, \quad \Delta v_x = \frac{h}{m \Delta x} \approx 10^{-20} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Такая неопределенность не играет никакой роли при любых скоростях, т.е. можно считать, что такое макроскопическое тело имеет одновременно определенное значение  $x$  и  $p$ .

Для электрона в атоме в наиболее грубом случае координату можно определить с точностью до размеров атома, т.е.  $\Delta x = 10^{-10} \text{ м}$ .

$$\Delta v = \frac{h}{m \Delta x} \approx 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Но такую же по порядку величину имеет и сама скорость электрона в атоме,  $v = 10^6 \text{ м/с}$ . Следовательно, скорость электрона имеет значение в интервале  $v - \Delta v$ ,  $v + \Delta v$ , т.е. от 0 до  $2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ , т.е. оказывается совершенно неопределенной (а, следовательно, и импульс не определен).

### 14.3 Волновая функция. Уравнение Шрёдингера.

Если частицы обладают волновыми свойствами, то можно говорить не только о длине волны, присущей данной частице, но и об амплитуде этой волны, и о её интенсивности, т.е. частица должна быть некоторым образом размазана по пространству, и в какой-то области пространства её должно быть больше, а в какой – то меньше.

Наличие максимумов и минимумов в опыте Девисона и Джемера было связано с большей и меньшей интенсивностью волн, присущих отраженным электронам. Следовательно, интенсивность волн де Бройля в данной области пространства определяет число частиц, попавших в эту область. Согласно М.Планку, интенсивность волн де Бройля является мерой вероятности того, что частицы находятся в данной области пространства. Для определения вероятности нахождения частицы в данном объеме пространства  $\Delta V$  была введена некоторая функция



## Физика

$\psi(x, y, z, t)$  – **волновая функция или пси-функция**. Она выбирается такой, чтобы вероятность  $\Delta\omega$  нахождения микрочастиц в объеме  $\Delta V$  была пропорциональна квадрату модуля пси-функции и элементу этого объема:

$$\Delta\omega = |\psi|^2 \Delta V. \quad (3)$$

Тогда отношение  $\Delta\omega$  к величине объема  $\Delta V$  есть плотность вероятности нахождения частицы.

$|\psi|^2 = \frac{\Delta\omega}{\Delta V}$  – **плотность вероятности нахождения частицы в данной области пространства**.

Т.к. эта частица где – то в пространстве имеется,  $\sum_{i=1}^{\infty} \Delta\omega = 1$  или  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1$  - **условие нормировки  $\psi$  - функции**.

Условие нормировки утверждает объективность существования частицы в пространстве.

**Волновая  $\psi$  - функция** является основной характеристикой состояния микробъектов в квантовой механике. Она не позволяет однозначно определять положение частицы в пространстве, а дает лишь возможность найти вероятность обнаружения частицы в данной области пространства.

Согласно М. Борну (1926г.), квадрат модуля  $\psi$  - функции определяет вероятность того, что частица будет обнаружена в пределах объема  $dV$ .

### Уравнение Шрёдингера.

Наличие у микрочастиц волновых свойств делает невозможным применение в квантовой механике законов классической физики, в частности, законов Ньютона.

Необходимо было записать уравнение, с помощью которого, зная начальные условия, можно было бы рассчитать параметры волн де Бройля и вероятность нахождения частицы в любой момент времени. Такое уравнение было записано швейцарским физиком Шредингером в 1926г. Оно не выводилось теоретически, а постулировалось. Подтверждением его правильности явилось то, что все вытекающие из него следствия подтверждались опытными фактами. Для частицы, находящейся в стационарном силовом поле (электрическом, гравитационном) оно имеет вид:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0, \quad (4)$$

где  $\Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа,

$m$  – масса частицы,

$E$  – полная энергия частицы,

$U$  – потенциальная энергия частицы силовом поле.

В этом случае  $\psi$  не зависит от  $t$ ,  $\psi = \psi(x, y, z)$  (т.к. поле стационарно).

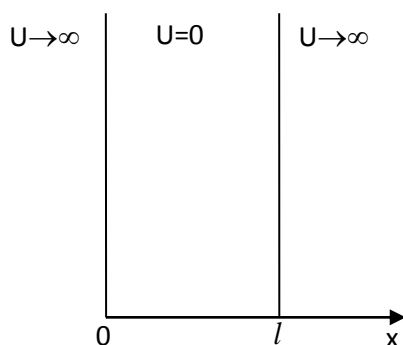
Уравнение (4) применимо для частиц, скорости которых малы по сравнению со скоростью света; для больших скоростей имеется более точное уравнение Дирака.

$\psi^2(x, y, z)$  – плотность вероятности нахождения частиц в окрестностях интересующей нас точки с координатами  $x, y, z$ .

Согласно (3), вероятность нахождения частицы в определенной точке ( $dV = 0$ ) равна нулю, т.е. в квантовой физике имеет смысл определять вероятность нахождения частицы только в некоторой, не равной нулю, области пространства.

Из смысла  $\psi$  - функции вытекает, что квантовая механика имеет статистический характер. Она не позволяет определить местонахождение частицы в пространстве или траекторию частицы, а может лишь предсказать, с какой вероятностью частица может быть обнаружена в различных точках пространства. В применении к микрочастицам понятие определенного местоположения и траектории вообще теряет смысл.

Рассмотрим решение уравнения Шрёдингера для случая, когда частица находится в "потенциальной яме" шириной  $\ell$  с потенциальными плоскими вертикальными "стенками". В этом случае она может двигаться только вдоль оси ОХ между точками с координатой  $x = 0$   $x = \ell$  (рис. 4) и в этих пределах потенциальная энергия силового поля равна нулю, а как только частица выходит за указанные пределы, потенциальная энергия поля становится бесконечно велика и поле моментально "загонит" частицу обратно, вернее, оно просто не даст частице выскользнуть за пределы "ямы".



$$U(x) = \begin{cases} \infty & \text{при } x < 0, \\ 0 & \text{при } 0 \leq x \leq \ell, \\ \infty & \text{при } x > \ell. \end{cases}$$

Рис. 4

По условию задачи (бесконечно высокие "стенки"), частица не проникает за пределы "ямы", поэтому вероятность её обнаружения (а, следовательно, и волновая функция) за пределами "ямы" равна нулю. На границах "ямы" (при  $x = 0, x = \ell$ ) непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия в данном случае имеют вид

$$\psi(0) = \psi(\ell) = 0.$$

В пределах "ямы" ( $0 \leq x \leq \ell$ ) уравнение Шредингера сведется к уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

Обозначим  $\frac{2m}{\hbar^2} E = \omega_0^2$ .

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \omega_0^2 \psi = 0,$$

## Физика

$$\psi(x) = A \sin(\omega_0 x + \alpha).$$

$$\text{Т.к. } \psi(0) = 0, \quad A \sin(\omega_0 \cdot 0 + \alpha) = 0, \quad \text{т.е. } \omega_0 \cdot 0 + \alpha = 0, \quad \alpha = 0.$$

$$\text{Т.к. } \psi(\ell) = 0, \quad A \sin \omega_0 \ell = 0, \quad \omega_0 \ell = \pm n\pi, \quad \text{т.е. } \omega_0 = \pm \frac{n\pi}{\ell},$$

$$\omega_0^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E, \quad \frac{n^2 \pi^2}{\ell^2} = \frac{2m}{\hbar^2} E, \quad \Rightarrow \quad E = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} \quad (n=1,2,3,\dots),$$

$$\psi(x) = A \sin \frac{n\pi x}{\ell}.$$

Таким образом, частица в такой "потенциальной яме" может иметь лишь дискретный набор значений энергии – спектр энергии (рис. 5).

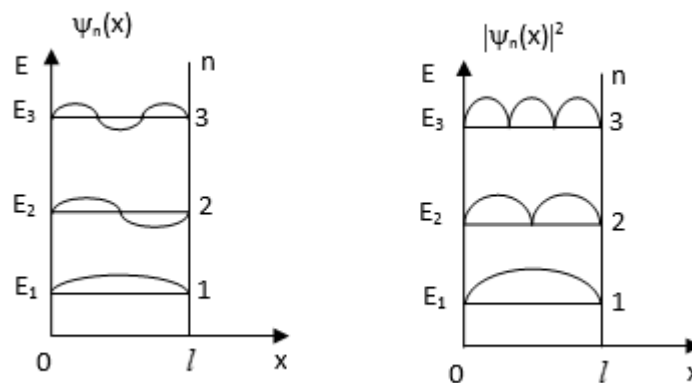


Рис. 5

Из рисунка 5 следует, что в квантовом состоянии с  $n=2$  частица не может находиться в середине "ямы", в то время как одинаково часто может пребывать в её левой и правой частях. Такое поведение не совместимо с представлением о траектории.

## Лекция 15. Элементы квантовой электроники

### 15.1 Спонтанное излучение.

Атом, находящийся в возбужденном состоянии (рис. 1, а), способен самопроизвольно перейти в нормальное состояние или возбужденное состояние с меньшей энергией, излучая свет (рис. 1, б). Такое излучение называется самопроизвольным или спонтанным. Рассмотрим кратко теорию спонтанного излучения, созданную в 1916г. Эйнштейном.

Пусть атом самопроизвольно переходит из состояния с энергией  $E_n$  в состояние с энергией  $E_m < E_n$ . Поскольку атом может сразу перейти в состояние  $E_m$ , а может еще некоторое время оставаться в  $E_n$ , то такой переход совершается с некоторой вероятностью.

Величина  $A_{nm}$ , равная вероятности того, что за 1 секунду атом самопроизвольно перейдет из состояния  $E_n$  в состояние  $E_m$ , называется коэффициентом Эйнштейна для спонтанного излучения.

Если в начальный момент времени на энергетическом уровне  $E_n$  находилось  $N$  атомов, то за время  $dt$  на уровень  $m$  перейдет  $dN$  атомов, число которых будет пропорционально вероятности  $A_{nm}$  и времени  $dt$ :

$$dN = -A_{nm}Ndt.$$

Знак «минус» указывает на то, что число атомов на уровне  $n$  убывает.

$$\frac{dN}{N} = -A_{nm}dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -A_{nm} \int_0^t dt$$

$$\ln N \Big|_{N_0}^N = -A_{nm}t \Big|_0^t,$$

$$\ln N - \ln N_0 = -A_{nm}t$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -A_{nm}t$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-A_{nm}t}$$

$N = N_0 e^{-A_{nm}t}$  – **закон убывания возбужденных атомов при спонтанном излучении**, где  $N$  – число оставшихся через время  $t$  на уровне  $n$  атомов.

Время  $\tau$ , в течение которого первоначальное количество атомов  $N_0$ , находившихся на уровне  $n$ , уменьшается в  $e$  раз, называется **средней продолжительностью жизни атома** в возбужденном состоянии,

$$\text{при } t=\tau \quad \frac{N_0}{N} = e^{A_{nm}\tau} = e, \quad A_{nm}\tau = 1 \rightarrow \tau = \frac{1}{A_{nm}}.$$

Эксперименты показывают, что для водорода  $\tau = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ .

Излучение, происходящее в отсутствие внешних причин, изменяющих энергию атома, называется **самопроизвольным или спонтанным**.

## 15.2 Вынужденное излучение. Инверсная населенность.

Если атом находится в электромагнитном поле, то, согласно Эйнштейну, между атомом и полем происходит взаимодействие, определяемое законами сохранения энергии и импульса. Атом может либо поглощать энергию из поля (рис. 1, а), либо отдавать её полю в виде вынужденного излучения (рис. 1, б). Т.е. атом, находящийся на некотором возбужденном энергетическом уровне  $n$ , может с некоторой вероятностью перейти под действием поля в низшее состояние  $m$ , поле как бы «сваливает» атом с возбужденного уровня вниз; возникающее при этом излучение называется вынужденным или индуцированным (рис. 1в).

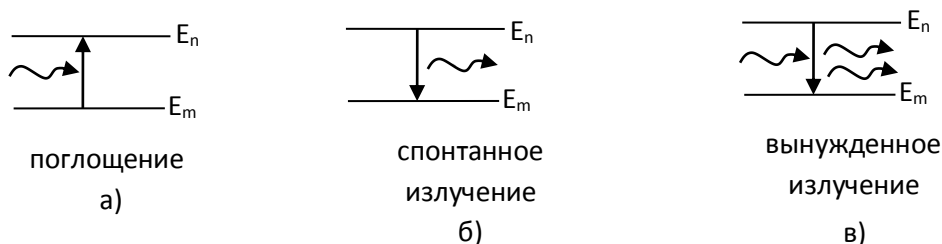


Рис. 1

**Вынужденным или индуцированным** называется излучение возбужденных атомов, вызванное действием падающего на них излучения.

**1. Вынужденное поглощение  $t \rightarrow n$  определяется внутренними свойствами атомов и интенсивностью падающего излучения.**

**2. Спонтанное излучение  $n \rightarrow t$  определяется только внутренними свойствами атомов.**

**3. Вынужденное излучение  $n \rightarrow t$  определяется только интенсивностью падающего излучения.**

Понятие вынужденного излучения введено для того, чтобы из всего излучения частоты  $\nu_1$ , испущенного телом, выделить ту долю, которая обусловлена облучением данного тела излучением частоты  $\nu_1$ . Если тело не облучать, индуцированного излучения не будет. В обычных условиях вынужденное излучение трудно выделить.

Вынужденное излучение обладает важными свойствами. Направление его распространения, частота, фаза и поляризация точно совпадают с аналогичными характеристиками вынуждающего излучения, т.е. вынужденное и вынуждающее излучения оказываются строго когерентными. Это особенность вынужденного излучения лежит в основе усилителей (генераторов) излучения – лазеров.

Явление вынужденного излучения, предсказанное Эйнштейном в 1918г., было экспериментально обнаружено советским ученым В.А. Фабрикантом в 1939г. Он обнаружил, что если сквозь пары ртути пропускать свет, то при некоторых условиях, когда на верхних энергетических уровнях находится больше атомов ртути, чем на нижних, происходит усиление падающего света (пары ртути возбуждались электрическим разрядом).

Мы выяснили, что воздействующий на вещество свет частоты  $\nu$ , совпадающей с одной из частот

$$\nu_i = \frac{E_n - E_m}{h} \quad (n > m)$$

атомов вещества, будет вызывать два процесса:

- 1) вынужденный переход  $m \rightarrow n$ , приводящий к поглощению света и ослаблению падающего пучка;
- 2) вынужденный переход  $n \rightarrow m$ , приводящий к увеличению интенсивности падающего пучка.

Результирующее изменение интенсивности светового пучка зависит от того, какой из двух процессов преобладает.

Исходя из термодинамических соображений, Эйнштейн доказал, что вероятность вынужденных переходов, сопровождающихся излучением, должна быть равна вероятности вынужденных переходов, сопровождающихся поглощением света. Таким образом, вынужденные переходы могут с равной вероятностью происходить как в одном, так и в другом направлении,  $P_{mn} = P_{nm}$ .

Т.к.  $P_{mn} = P_{nm}$ , то число переходов между двумя уровнями будет пропорционально населенности исходного уровня.

В случае термодинамического равновесия в замкнутой системе распределение атомов по различным энергетическим состояниям определяется законом Больцмана

$N_i = Ce^{-\frac{E_i}{kT}}$ , где  $N_i$  – число атомов, находящихся при температуре  $T$  в состоянии с энергией  $E_i$ .

Из формулы следует, что с увеличением энергии состояния населенность уровня, т.е. количество атомов в данном состоянии, уменьшается. Число переходов между двумя уровнями пропорционально населенности исходного уровня. Следовательно, в системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение падающей световой волны будет преобладать над вынужденным излучением, так что падающая волна при прохождении через вещество ослабляется.

Для того, чтобы получить усиление падающей волны, нужно обратить населенность энергетических уровней, т.е. сделать так, чтобы в состоянии с большей энергией  $E_n$  находилось большее число атомов, чем в состоянии с меньшей энергией  $E_m$ .

В этом случае говорят, что данная совокупность атомов имеет инверсную населенность (обратную равновесному состоянию).

Состояние вещества, при котором на верхних энергетических уровнях находится больше атомов, чем на нижних, называется состоянием с инверсной населенностью уровней.

Таким образом в системе, находящейся в термодинамическом равновесии, т.е. без подвода извне энергии, число атомов на верхнем энергетическом уровне всегда меньше, чем на нижнем. Однако, если система незамкнута, т.е. имеется приток энергии извне – подкачка или накачка энергии, – то положение может измениться. Можно создать условия, при которых  $N_n$  станет больше  $N_m$ , т.е. возникнет состояние с инверсной населенностью, причем такое неравновесное состояние может быть стационарным, т.е. не зависеть от времени. В веществе с инверс-

ной населенностью интенсивность вынужденного излучения может превысить интенсивность поглощаемого света, и падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться.

### 15.3 Оптические квантовые генераторы.

В 50-х годах XX века были созданы устройства, при прохождении через которые электромагнитные волны усиливаются за счет вынужденного излучения. В 1953г. российскими учеными И.Г.Басовым и А.М. Прохоровым и независимо от них американскими учеными Таунсом и Вебером были созданы первые молекулярные генераторы, работающие в диапазоне сантиметровых волн и получившие название мазеров от первых букв английского названия **Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation** (усиление микроволн с помощью вынужденного излучения). За эти работы Басов и Прохоров совместно с Таунсом в 1963г. получили Нобелевскую премию по физике.

В 1960г. Мейманом (США) был создан первый аналогичный прибор, работающий в оптическом диапазоне, – лазер (*Light...* – усиление света...). Лазеры называют также оптическими квантовыми генераторами.

Создание лазера стало возможным после того, как были найдены способы осуществления инверсной населенности уровней в некоторых веществах.

Процесс перевода вещества в инверсное состояние с помощью внешних источников энергии называется в лазерной технике накачкой, а само вещество – активной средой лазера.

Практическое осуществление инверсной населенности уровней в оптических квантовых генераторах производится по трехуровневой схеме, предложенной Басовым и Прохоровым в 1955г.

В построенном Мейманом первом лазере активной средой был цилиндр из розового рубина. Диаметр стержня был ~1см, длина ~5см. Торцы стержня были тщательно отполированы и представляли собой строго параллельные друг другу зеркала. Один торец покрывался плотным непрозрачным слоем серебра, другой торец покрывался таким слоем, который пропускал ~8% упавшей на него энергии.

Рубин представляет собой окись алюминия ( $Al_2O_3$ ), в которой некоторые из атомов алюминия замещены атомами хрома. При поглощении света ионы хрома  $Cr^{+++}$  переходят в возбужденное состояние на уровень 3, представляющий собой полосу, образованную совокупностью близко расположенных подуровней (рис. 2). Большая ширина полосы облегчает ситуацию: для накачки не требуется высокомономохроматического света. С уровня 3 наиболее вероятным оказывается не обратный переход на уровень 1, а переход на метастабильный уровень 2. Такие переходы являются безизлучательными, т.е. освобождающаяся энергия  $E_3 - E_2$  передается кристаллической решетке и идет на нагревание кристалла рубина. Переход из метастабильного состояния в основное запрещен правилами отбора. Правила отбора не являются абсолютно строгими. Вероятность запрещенных переходов значительно меньше, чем разрешенных, но все же отлична от нуля. Поэтому среднее время жизни иона в метастабильном состоянии ( $\sim 10^{-3}$ с) примерно в  $10^5$  раз превосходит время жизни в обычном возбужденном состоянии, и при до-



## Физика

статочной мощности накачки число ионов хрома, находящихся на уровне 2, становится больше числа ионов на уровне 1. Следовательно, происходит инверсия уровней 1 и 2, т.е. перенаселенность уровня 2.

В результате самопроизвольного перехода с уровня  $E_2$  на уровень  $E_1$  излучается фотон с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$ . Излученный фотон может поглотиться соседним ионом  $\text{Cr}^{+++}$  и вызвать индуцированные переходы фотонов, которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение, и т.д. В результате образуется каскад фотонов.

Принцип усиления электромагнитных волн за счет лавинообразного нарастания интенсивности в усиливающей активной среде был сформулирован в 1951г. российскими учеными во главе с академиком В.А. Фабрикантом.

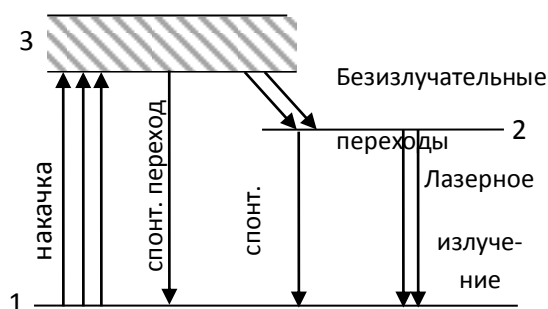


Рис. 2

В лазере рубин освещается импульсной ксеноновой лампой, которая дает свет с широкой полосой частот. При достаточной мощности лампы большинство ионов хрома переводится в возбужденное состояние. Эффект усиления света за счет вынужденных переходов  $2 \rightarrow 1$  можно увеличить путем многократного прохождения света через один и тот же слой усиливающей среды.

Это достигается, например, при помещении активной среды между 2-мя зеркалами, установленными параллельно друг другу (резонатор).

Фотоны, возникающие при вынужденном излучении, летят в том же направлении, что и падающие фотоны. Фотоны, направления движения которых образуют малые углы с осью кристаллического стержня, испытывают многократные отражения от торцов образца. Фотоны, испущенные спонтанно в других направлениях, выходят из кристалла через его боковую поверхность.

До начала импульса ионы хрома находятся в основном состоянии. Свет накачки переводит большинство ионов в возбужденное состояние. Каскад начинает развиваться, когда возбужденные ионы спонтанно излучают фотоны в направлении, параллельном оси кристалла (фотоны, испущенные по другим направлениям, выходят из кристалла). Фотоны размножаются за счет вынужденного излучения. Этот процесс развивается, т.к. фотоны многократно проходят вдоль кристалла, отражаясь от его торцов. Многократно усиленный поток фотонов при их достаточной мощности вырвется через полупрозрачное зеркало и создаст строго направленный луч света огромной яркости.

Усиление света в активной среде при многократном отражении от зеркал возможно лишь тогда, когда волна, возвращаясь в некоторую точку среды после отражения, совпадает по фазе с фазой первичной волны при любом количестве отражений. Это возможно, когда длина пути между 2-мя отражениями (разность хода) содержит, согласно условию максимума при интерференции, целое число длин волн:



## Физика

$2l = m\lambda$ , где  $l$  – длина активной среды.

При этом условии будет наибольшая результирующая интенсивность света.

Лазеры на рубине работают в импульсном режиме, т.е. их накачка производится импульсами, по несколько импульсов в минуту. При этом выделяется огромное количество тепла, из-за чего активную среду приходится охлаждать.

**Излучение лазеров обладает рядом замечательных свойств:**

- 1) строгая монохроматичность ( $\Delta\lambda \sim 10^{-11}\text{м}$ );
- 2) высокая временная и пространственная когерентность;
- 3) большая мощность и высокая концентрация энергии в луче (мощность современных лазеров  $\sim 10^{11} - 10^{13}\text{Вт}$ );
- 4) узость пучка, т.е. очень малая расходимость светового пучка.

**Основные элементы лазера:**

- 1) рабочее вещество или активная среда с определенными уровнями энергии;
- 2) источник накачки, создающий инверсию населенностей в рабочем веществе;
- 3) оптический резонатор (в простейшем случае 2 зеркала).

Рабочее вещество должно иметь подходящие пары энергетических уровней, между которыми можно создать инверсию населенностей.

В зависимости от типа рабочего вещества **различают** твердотельные, полупроводниковые, жидкостные, газовые лазеры.

1. Рабочее вещество в твердотельных лазерах – различные кристаллические и аморфные диэлектрики. Из кристаллических наибольшее распространение получил рубин ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + 0,03\% \text{Cr}$ ). Из аморфных – стекло с примесью неодима или других редкоземельных элементов.

2. В полупроводниковых – полупроводники, особенно часто GaAs – арсенид галлия.

3. В жидкостных – растворы органических красителей, неорганических соединений редких металлов и т.д.

4. В газовых – газы (неон, аргон,  $\text{CO}_2$ ...), пары различных элементов и соединений (пары кадмия).

Источники накачки для создания инверсии населенностей бывают следующих типов.

1. С оптической накачкой – мощные лампы-вспышки. Оптическая накачка является практически единственным методом создания инверсии населенностей в твердотельных и жидкостных лазерах.

2. Газовый разряд – основной метод создания ИН в газовых лазерах путем электронного удара. Электроны, сталкиваясь с атомами рабочего газа в газовом разряде, возбуждают их и переводят на верхний уровень. При некотором значении тока в газе возникает ИН.

3. Инжекция носителей – наиболее распространенный метод создания ИН в полупроводниковых лазерах. При пропускании в полупроводнике тока в прямом направлении под его действием возникает избыток электронов в зоне проводимости, при этом происходит генерация когерентного света.

Физика

4. Электронное возбуждение (облучение электронным лучом в вакууме) – в чистом полупроводнике.

5. Тепловая накачка – в мощных газовых лазерах. При быстром адиабатическом охлаждении рабочего газа между различными уровнями возникает ИЧ, которую можно использовать для генерации света. Для быстрого охлаждения газа его вначале нагревают в камере сгорания, а затем пропускают через сверхзвуковое сопло.

6. Химические методы накачки – в мощных газовых лазерах. В этом случае для накачки используется энергия хим. реакций, продукты которых находятся в возбужденном состоянии, т.е. на верхних энергетических уровнях.

**Применение лазеров:**

1) сварка, закалка, резка, сверление различных материалов; механическая обработка происходит при этом без возникновения механических напряжений, без швов, с очень большой точностью.

2) в биологии и медицине – как скальпель в хирургии; в иглотерапии;

3) нагрев плазмы до  $2 \cdot 10^7 \text{K}$  для осуществления термоядерных реакций;

4) для направленной радиосвязи в космосе;

5) в оптических методах обработки, передачи и хранения информации;

6) в голографии, цветном проекционном телевидении;

7) в спектроскопии применение лазеров исключает необходимость в монохроматорах, спектрографах и т.д.;

8) стимулирование химических реакций с помощью лазерного излучения;

9) в локации - в качестве дальномеров, высотомеров и следящих локаторов;

10) в лазерных системах связи, обладающих высокой степенью направленности, помехозащищенности и широкой полосой пропускания ( $10^{13}$ – $10^{15}$ Гц);

11) в навигационных системах наведения ракет, самолетов, космических кораблей, подводных лодок и т.п.; находят применение гироскопы на лазерах;

12) лазерные устройства подсвета используются в ночных условиях для наблюдения, фотографической и телевизионной разведок;

13) в ночных лазерных прицелах для танков и вертолетов; для управления различными видами оружия (лазерные системы бомбометания и т.д.);

14) компактные полупроводниковые лазеры могут применяться в неконтактных взрывателях;

15) для охраны важных объектов используются лазеры ИК-диапазона; при пересечении их луча срабатывает спец. сигнализация;

16) в качестве лучевого оружия.

## Лекция 16. элементы зонной теории твердых тел.

### 16.1 Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории.

Различие в свойствах проводников, полупроводников и диэлектриков наиболее полно и точно объясняется зонной теорией твердых тел.

Основу зонной теории составляет положение о дискретности возможных значений энергии электрона в изолированном атоме. Графически эти энергии могут быть представлены в виде набора энергетических уровней (рис. 1а). Распределение электронов по уровням подчиняется принципу запрета Паули: на каждом энергетическом уровне может находиться не более двух электронов, причем их спины должны быть противоположно направлены.

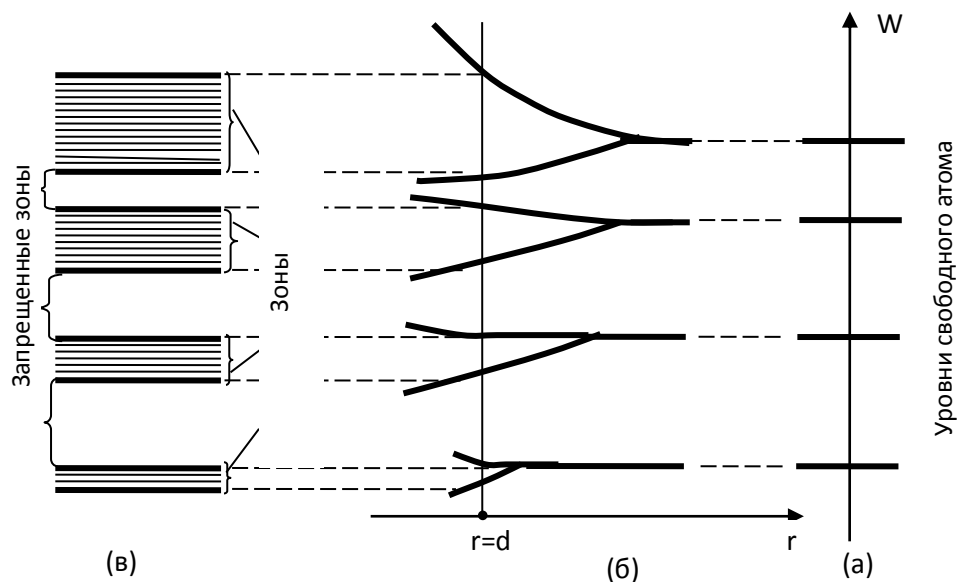


Рис. 1

В невозбужденном состоянии электроны занимают уровни с минимально возможной энергией.

Если имеется  $N$  одинаковых отдельных атомов, то положения их энергетических уровней совершенно одинаковы и не зависят друг от друга. По мере сближения атомов между ними возникает всё усиливающееся взаимодействие, которое приводит к расщеплению каждого уровня на подуровни, поскольку, согласно принципу Паули, каждый уровень обладает ограниченной вместимостью (рис.1б,  $r$  – расстояние между атомами;  $d$  – постоянная кристаллической решетки кристалла).

Вместо одного, одинакового для всех  $N$  атомов уровня возникает  $N$  очень близко расположенных подуровней, образующих полосу или зону. Эти зоны, возникшие из энергетических уровней отдельных атомов при образовании твердого тела, называются разрешенными энергетическими зонами (рис.1в).

**Разрешенная энергетическая зона** – совокупность значений энергии, которыми электроны могут обладать в твердом теле.

## Физика

Величина расщепления разных уровней, т.е. ширина разрешенных зон не одинакова. Сильнее всего расщепляются уровни, заполненные в атоме внешними валентными электронами или ещё более высокие уровни, не занятые электронами в основном (невозбужденном) состоянии атома. Уровни, заполненные внутренними электронами либо не расщепляются, либо расщепляются очень мало (т.к. их электроны не объединяются и не взаимодействуют, они остаются в составе иона, связаны каждый со своим ядром).

Промежутки между разрешенными зонами называются **запрещенными энергетическими зонами**. Они представляют собой совокупность значений энергии, которыми электроны не могут обладать в твердом теле.

В изолированном атоме энергетические уровни могут быть заполнены электронами полностью (2 электрона на уровне), частично (один электрон) или свободны от электронов. Подобно этому в кристаллических твердых телах разрешенные энергетические зоны также имеют различное заполнение электронами. Если рассматриваемая зона образована при расщеплении полностью заполненного энергетического уровня, то она также будет заполнена полностью, т.е. на каждом её уровне будет находиться по два электрона. Если зона соответствует частично заполненному энергетическому уровню изолированного атома, то электроны заполняют попарно только половину её уровней, а остальные уровни остаются свободными. Наконец, если разрешенная зона возникла при расщеплении незаполненного уровня атома, то она будет полностью свободной (рис. 2).

Как было отмечено, наиболее сильно расщепляются в кристаллах энергетические уровни внешних (валентных) электронов. Образующаяся при этом зона разрешенных значений энергии получила название валентной зоны. Валентная зона, в зависимости от типа твердого тела, может быть заполнена электронами полностью или частично.

Все разрешенные зоны энергий, расположенные ниже валентной зоны, заполнены электронами полностью. Над валентной зоной располагаются зоны разрешенных значений энергии, которые свободны от электронов.

Таким образом, спектр возможных значений энергии электронов в кристалле распадается на ряд разрешенных и запрещенных зон. Ширина зоны не зависит от размера кристалла. Чем больше атомов имеет кристалл, тем теснее располагаются уровни в зоне. Ширина разрешенных зон имеет величину порядка нескольких электроновольт. Если кристалл содержит  $10^{23}$  атомов, расстояние между соседними уровнями в зоне порядка  $10^{-23}$  эВ.

# Физика

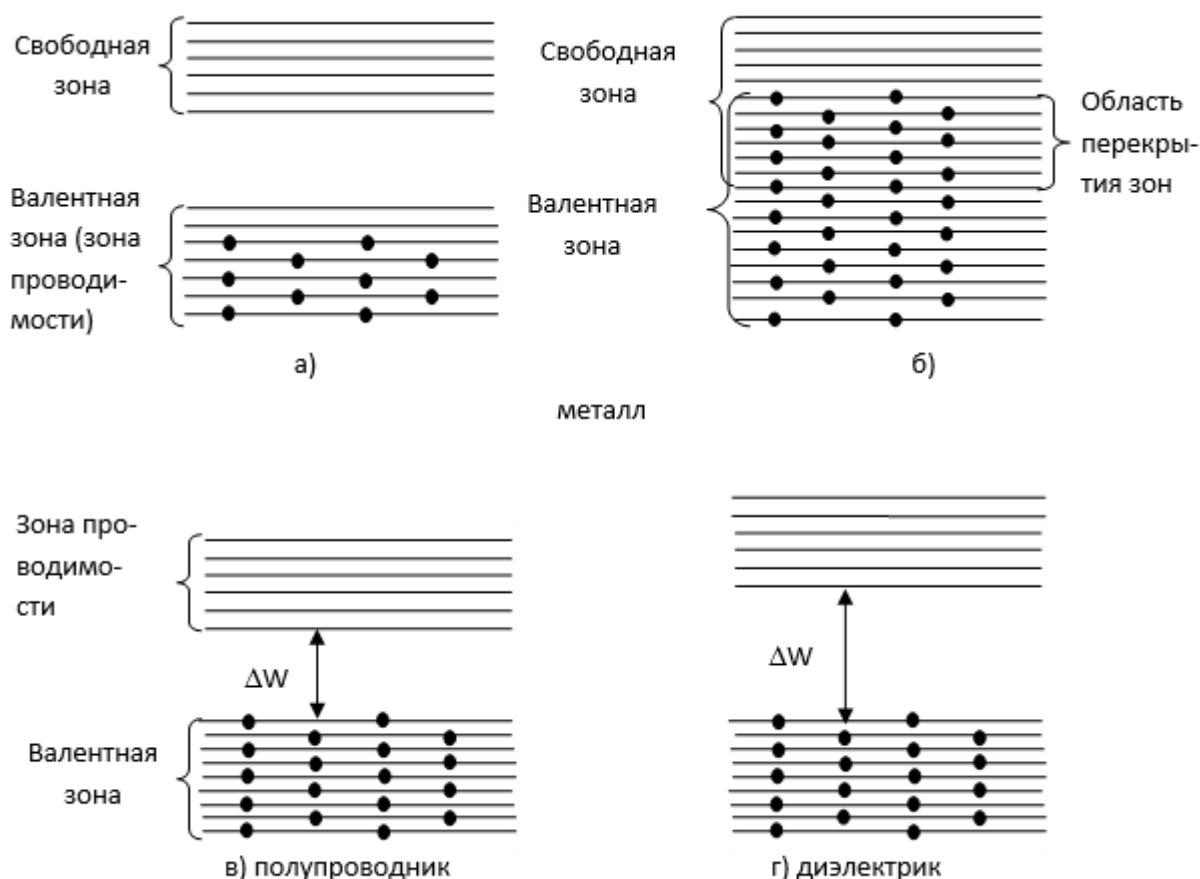


Рис. 2

Существование энергетических зон позволяет объяснить с единой точки зрения существование металлов, полупроводников и диэлектриков.

Согласно зонной теории, электрические свойства кристаллических твердых тел определяются степенью заполнения разрешенных зон электронами и взаимным расположением разрешенных зон.

Если в разрешенной зоне имеются электроны и свободные энергетические уровни, то под действием внешнего электрического поля происходит перемещение электронов на более высокие уровни в пределах данной зоны; такое направленное движение электронов представляет собой электрический ток.

Зона, в пределах которой возможно перемещение электронов под действием электрического поля, называется зоной проводимости.

Электроны зон, расположенных ниже валентной зоны, лишены возможности участвовать в проводимости, так как незаполненных энергетических уровней в них нет. Следовательно, для объяснения механизма электропроводности имеют значение валентная зона и расположенная над ней свободная зона разрешенных значений энергии, а также ширина запрещенной зоны между ними.

Взаимное расположение этих зон, характерное для проводников (металлов), полупроводников и диэлектриков при  $T=0$  K, показано на рис.2.

Если в валентной зоне имеются свободные уровни (в этом случае она является зоной проводимости) (рис.2,а), либо если валентная зона заполнена полностью, но перекрывается со свободной зоной (при этом образуется гибридная зона проводимости) (рис.2,б), то под влиянием внешнего электрического поля электро-

ны способны перемещаться на верхние свободные энергетические уровни. Кристалл с такой схемой энергетических зон – металл.

Если валентная зона при  $T=0$  К полностью заполнена электронами и отделена от верхней свободной зоны (зоны проводимости) запрещенной зоной шириной  $\Delta W$  (рис.2,в,г), то твердое тело будет представлять собой либо чистый полупроводник, либо диэлектрик (в зависимости от величины  $\Delta W$ ).

При  $\Delta W > 1$  эВ при всех реальных температурах электронов в зоне проводимости практически нет. Такие вещества называются диэлектриками (рис.2,г). В них под влиянием внешнего поля (если оно не достигает пробойной величины) не может возникнуть электрический ток. В связи с этим диэлектрики находят широкое применение в электротехнике в качестве изоляторов.

Если запрещенная зона более узкая ( $\Delta W \leq 1$  эВ), то при достаточно высоких температурах за счет теплового возбуждения часть электронов сможет преодолеть запрещенную зону.

При наличии внешнего электрического поля электроны, оказавшиеся в верхней свободной зоне, являющейся в данном случае зоной проводимости, обеспечивают электрический ток. Такое вещество является чистым полупроводником (рис.2,в).

## 16.2 Собственная и примесная проводимости полупроводников.

Полупроводниками являются твердые тела, которые при абсолютном нуле температур характеризуются полностью занятой электронами валентной зоной, отделенной от зоны проводимости сравнительно узкой ( $\Delta W < 1$  эВ) запрещенной зоной.

Различают собственные и примесные полупроводники. Собственными являются химически чистые полупроводники, а их проводимость называется собственной проводимостью.

Типичными, наиболее широко распространенными собственными полупроводниками являются химические элементы германий и кремний. Внешние оболочки их атомов содержат по 4 валентных электрона, которые связаны с валентными электронами соседних атомов ковалентными связями.

Упрощенная плоская схема расположения атомов в кристалле германия дана на рис. 3, где каждая черточка означает связь, осуществляемую одним электроном. В идеальном кристалле при нуле Кельвина такая структура ведет себя как диэлектрик, так как все валентные электроны участвуют в образовании связей, и, следовательно, не участвуют в проводимости.

При повышении температуры тепловые колебания решетки могут привести к разрыву некоторых валентных связей, в результате чего часть электронов отщепляется, и они становятся свободными. В покинутом электроном месте возникает вакансия – дырка, заполнить которую могут электроны из соседней пары. В результате дырка, как и освободившийся электрон, будет перемещаться по кристаллу. Движение электронов проводимости и дырок в отсутствие электрического поля является хаотическим. Если же кристалл поместить в электрическое поле, то

## Физика

электроны начнут двигаться против поля, дырки – по полю, что приведет к собственной проводимости германия, обусловленной как электронами, так и дырками.

Согласно зонной теории, энергия  $\Delta W$ , необходимая для перехода электрона с верхнего уровня валентной зоны на нижний уровень зоны проводимости, называется **энергией активации** (рис. 4).

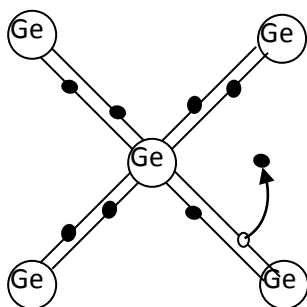


Рис. 3

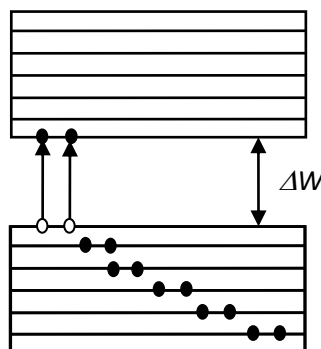


Рис. 4

Переход электронов из заполненной валентной зоны в свободную зону создает в валентной зоне вакантные состояния – дырки (отмечены кружками на рис. 4). Такая дырка ведёт себя подобно частице с элементарным положительным зарядом. Под действием внешнего электрического поля одновременно с перемещением электронов вверх по энергетическим уровням зоны проводимости происходит заполнение вакантных состояний в валентной зоне электронами с нижележащих уровней этой зоны, эквивалентное перемещение положительных дырок вниз.

Таким образом, в полупроводниках можно говорить об электронном и дырочном типах проводимости, хотя оба они являются следствием перемещения электронов.

Проводимость собственных полупроводников, обусловленная движением электронов, называется электронной проводимостью или проводимостью *n*-типа (от лат. **negativus** – отрицательный).

Проводимость собственных полупроводников, обусловленная квазичастицами – дырками, называется дырочной проводимостью или проводимостью *p*-типа (от лат. **positivus** – положительный).

Таким образом, в собственных полупроводниках наблюдается два механизма проводимости – электронный и дырочный. При этом число электронов проводимости равно числу дырок в данном полупроводнике.

Проводимость химически чистых полупроводников, обусловленная наличием в них электронов и дырок, называется собственной проводимостью, а сами полупроводники – собственными полупроводниками.

С повышением температуры количество электронов, преодолевших за счет энергии теплового движения запрещенную зону, растет, соответственно увеличивается и число дырок. Следовательно, с ростом температуры собственная проводимость полупроводников увеличивается, а сопротивление уменьшается по экспоненциальному закону:



$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}},$$

где  $\gamma$  - удельная проводимость,  $\gamma_0$  - некоторая константа, постоянная для данного полупроводника,  $\Delta W$  - энергия активации, равная ширине запрещенной зоны и различная для разных полупроводников,  $k=1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  - постоянная Больцмана.

Зависимость сопротивления полупроводников от температуры используется в высокоточных приборах для измерения температуры – термисторах. Термисторы широко применяются для измерения температуры газов и жидкостей, для быстрой сигнализации о перегреве отдельных частей агрегатов, недостаточной смазке и т. д.

### Примесная проводимость полупроводников

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется **примесной** проводимостью, а сами полупроводники – примесными полупроводниками.

Необходимо различать донорные и акцепторные примеси. Примеси, у которых валентных электронов на единицу больше, чем у атомов основного вещества, называются донорными.

Рассмотрим механизм донорной примесной проводимости на примере германия. При замещении атома германия атомом, валентность которого на единицу больше, например, пятивалентным атомом мышьяка *As*, один из электронов атома мышьяка не может образовать ковалентной связи, он оказывается лишним и при тепловых колебаниях решетки может быть легко отщеплен от атома, т. е. стать свободным. При наложении электрического поля такие электроны начинают перемещаться по кристаллу, создавая электрический ток (рис. 5). С точки зрения зонной теории, рассмотренный процесс можно представить следующим образом. Введение донорной примеси искажает поле решетки и приводит к появлению дополнительных донорных уровней (рис. 6), которые располагаются в запрещенной зоне вблизи дна зоны проводимости. Эти уровни заняты донорными электронами.

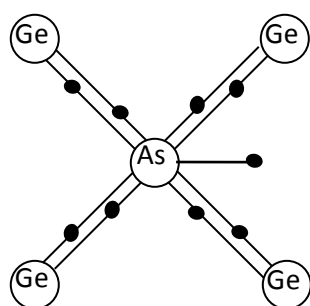


Рис. 5

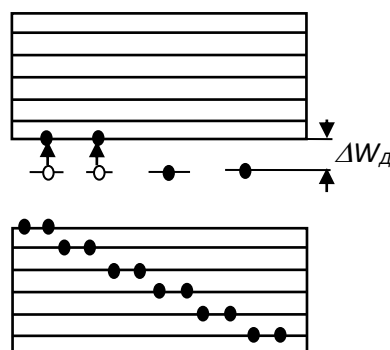


Рис. 6

При температуре, близкой к абсолютному нулю, энергия теплового движения недостаточна для того, чтобы перевести донорные электроны в зону проводимости, и полупроводник ведет себя как изолятор. При повышении температуры, воздей-



ствии света и т. д. электроны переходят с донорных уровней в зону проводимости и, при наличии разности потенциалов, обеспечивают ток.

Проводимость полупроводника, обусловленная наличием в нём электронов донорной примеси, называется электронной, донорной или *n*-типа, а сам полупроводник – **полупроводником *n*-типа**.

Примесь, у атомов которой не хватает достаточного количества электронов, чтобы заместить все валентные связи в решетке основного вещества, называется акцепторной.

При введении в решетку германия примесного атома с тремя валентными электронами, например, бора *B*, для образования связей с четырьмя ближайшими соседними атомами германия у атома бора не хватает одного электрона, одна из связей остается неупакованной и четвертый электрон может быть захвачен от соседнего атома германия, где, соответственно, образуется дырка (рис. 7). Последовательное заполнение образующихся дырок электронами эквивалентно движению дырок в полупроводнике, т. е. дырки не остаются локализованными, а перемещаются в решетке германия как свободные положительные заряды.

При введении в полупроводник акцепторной примеси свободные примесные уровни располагаются в запрещенной зоне вблизи верхней границы валентной зоны (рис. 8). Под действием очень малой энергии теплового возбуждения атом примеси может отнять электрон у одного из своих ближайших соседей. Это означает, что часть электронов из валентной зоны уже при небольших температурах переходит на акцепторные уровни, а в валентной зоне появляются свободные дырки. В этом случае полупроводник приобретает дырочную проводимость или проводимость *p*-типа.

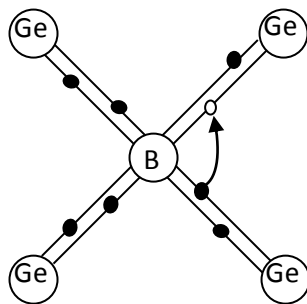


Рис. 7

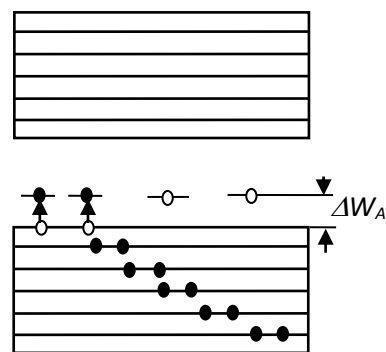


Рис. 8

Для перехода с донорного уровня в зону проводимости или из валентной зоны на акцепторный уровень (рис. 6, 8) требуется меньшая энергия, чем для перехода электрона из валентной зоны в зону проводимости. Поэтому при низких температурах основную роль играет примесная проводимость.

С ростом температуры в электронном полупроводнике, кроме свободных электронов, появляется некоторое количество свободных дырок, а в дырочном полупроводнике появляется некоторое количество свободных электронов. Носители заряда, число которых преобладает в кристалле, называются основными носителями; носители противоположного знака называются неосновными. В полупроводниках с донорной примесью основными носителями являются электроны,

неосновными – дырки. В полупроводниках с акцепторной примесью основными носителями являются дырки, а неосновными – электроны. Причиной появления неосновных носителей является собственная проводимость.

Введение в кристаллическую решетку полупроводников примесей приводит к появлению в них замечательных и ценных для практического использования свойств: резкого повышение электропроводности, фотопроводности, люминесценции и т. п. Полупроводники используются в электро- и радиотехнической аппаратуре (кристаллические диоды и триоды), служат выпрямителями (селеновые, купроксные). Из полупроводников изготавливают полупроводниковые сопротивления (термисторы, фотосопротивления), источники света (светодиоды, лазеры), источники э.д.с. (солнечные батареи) и др. Полупроводниковые приборы малогабаритны, что является их важным достоинством.

Принцип действия многих полупроводниковых приборов основан на работе  $p$ - $n$ -перехода.

### 16.3 $p$ - $n$ -переход и его свойства.

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой – дырочную проводимость, называется электронно-дырочным переходом ( $p$ - $n$ -переходом). Переход нельзя осуществить просто механическим соединением двух полупроводников. Обычно области различной проводимости создают либо при выращивании кристаллов, либо при соответствующей обработке кристаллов.

Рассмотрим физические процессы, происходящие в  $p$ - $n$ -переходе. Пусть донорный полупроводник ( $n$ -типа) приводится в контакт с акцепторным полупроводником ( $p$ -типа). Электроны из  $n$ -полупроводника, где их концентрация выше, будут диффундировать в  $p$ -полупроводник, где их концентрация ниже. Диффузия дырок происходит в обратном направлении. В результате в  $n$ -полупроводнике, из-за ухода электронов, вблизи границы остаётся нескомпенсированный положительный объёмный заряд неподвижных ионов (ионизированных донорных атомов). В  $p$ -полупроводнике, из-за ухода дырок, вблизи границы образуется отрицательный объёмный заряд неподвижных отрицательных ионов (ионизированных акцепторных атомов). Эти объёмные заряды образуют у границы двойной электрический слой (рис. 9,а), поле которого, направленное от  $n$ -области к  $p$ -области, препятствует дальнейшему переходу электронов в направлении  $n \rightarrow p$  и дырок в направлении  $p \rightarrow n$ . Если концентрации доноров и акцепторов в полупроводниках  $n$  и  $p$ -типа одинаковы, то толщина слоев  $d_1$  и  $d_2$ , в которых локализуются неподвижные заряды, равны,  $d_1 = d_2$ . Толщина  $d$  слоя  $p$ - $n$ -перехода в полупроводниках составляет примерно  $10^{-6} - 10^{-7}$  м.

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если приложенное к  $p$ - $n$ -переходу внешнее электрическое поле направлено от  $n$ - к  $p$ -полупроводнику (рис. 9, б), т. е. совпадает с полем контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в  $n$ -полупроводнике и дырок в  $p$ -полупроводнике от границы  $p$ - $n$ -перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет. Направ-

## Физика

ление внешнего поля, расширяющего запирающий слой, называется запирающим (обратным). В этом направлении электрический ток через  $p$ - $n$ -переход очень мал, так как образуется лишь за счёт неосновных носителей (электронов в  $p$ -полупроводнике и дырок в  $n$ -полупроводнике). Постоянный при данной температуре электрический ток, обусловленный неосновными носителями, называется *током насыщения* или обратным током  $p$ - $n$ -перехода  $I_0$  (левая ветвь рис. 10).

Если источник внешнего напряжения подключен плюсом к  $p$ -области,

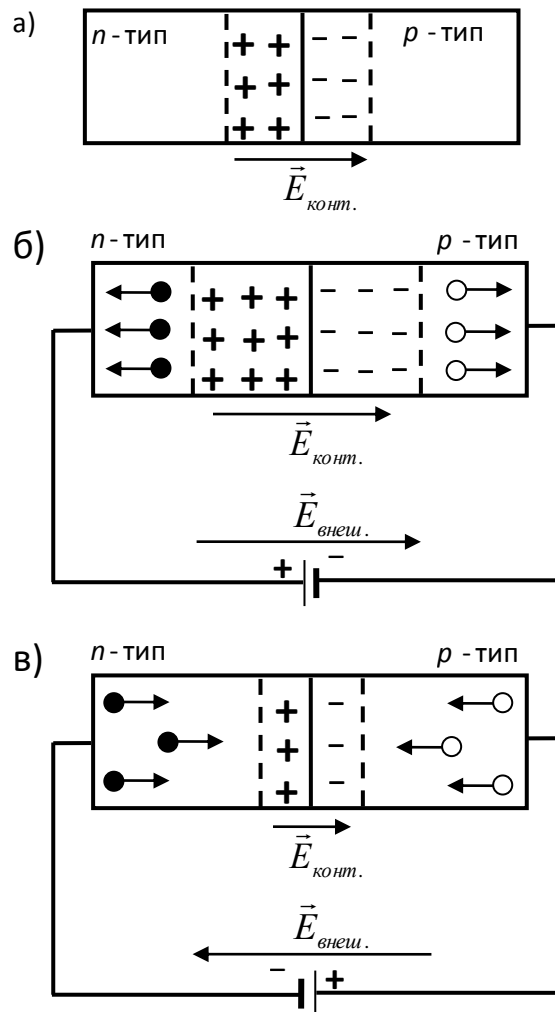


Рис. 9

а минусом к  $n$ -области, то такое подключение называется прямым. При этом внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (рис. 9, в) и вызывает движение электронов в  $n$ -полупроводнике и дырок в  $p$ -полупроводнике к границе  $p$ - $n$ -перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются. Ток основных носителей, протекающий через полупроводник при прямом подключении  $p$ - $n$ -перехода, называется прямым током  $p$ - $n$ -перехода (правая ветвь рис. 10).

## Физика

Кривая зависимости тока, протекающего через  $p$ - $n$ -переход, от величины прикладываемого напряжения называется **вольтамперной характеристикой  $p$ - $n$ -перехода** (рис. 10).

Вольтамперные характеристики  $p$ - $n$ -переходов в реальных случаях несколько отличаются от расчётных. Так, при достаточно больших обратных напряжениях наблюдается явление пробоя  $p$ - $n$ -перехода. Свободные электроны и дырки, ускоряясь в электрическом поле, накапливают кинетическую энергию, достаточную для ионизации атомов кристаллической решетки полупроводника. Образовавшиеся при этом электроны сами принимают участие в дальнейшей ионизации. Происходит лавинное "размножение" носителей в области  $p$ - $n$ -перехода, и ток резко возрастает. Для каждого  $p$ - $n$ -перехода существует предельное значение обратного напряжения, выше которого возникает пробой перехода.

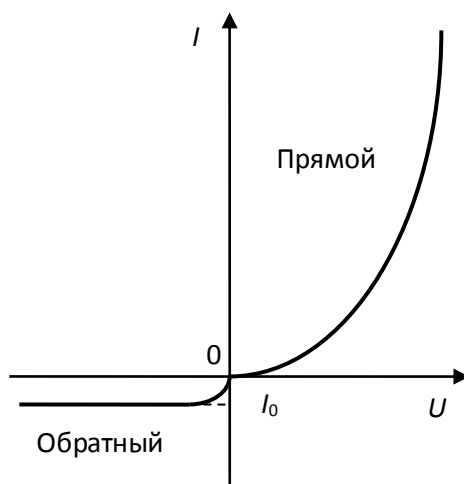


Рис. 10

**Полупроводниковые диоды**

$P$ - $n$ -переход, как было показано, обладает выпрямляющим свойством: при прямом направлении прикладываемого напряжения сопротивление его мало и через  $p$ - $n$ -переход протекает ток; при обратном напряжении резко увеличивается омическое сопротивление  $p$ - $n$ -перехода, ток через переход не протекает или величина его очень мала, так как он обеспечивается неосновными носителями.

На этом свойстве основана работа полупроводниковых диодов.

Полупроводниковые диоды позволяют выпрямлять различный ток (от миллиампер до тысяч ампер, от низких частот до сверхвысоких частот, при напряжении в доли вольта до сотен вольт).

В зависимости от площади и конструкции контакта в области  $p$ - $n$ -перехода полупроводниковые диоды делятся на точечные и плоскостные. Плоскостные диоды используются для выпрямления переменных токов низкой частоты. Такие диоды собираются в металлических герметизированных корпусах. В высокочастотных цепях используются точечные диоды, обладающие малой емкостью. Эти диоды выпускаются в стеклянном оформлении.

Наиболее широко распространены германиевые и кремниевые диоды. Германиевые диоды предназначены для применения при температурах до  $80^{\circ}\text{C}$ , кремниевые диоды могут быть использованы при температурах до  $200^{\circ}\text{C}$ .